الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبي
الشعب(ة): رياضيات + تقني رياضي

ثانوية 18 فيفري سيدي عمار
ماي2015
المدة : 4 سا و نصف

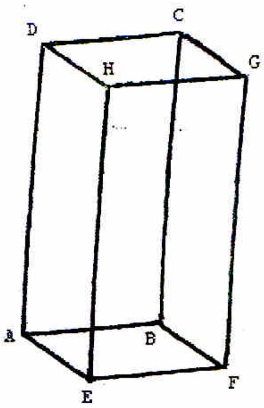
اختبار في مادة : الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

ABCDEFGH متوازي مستطيلات حيث: AB=AE=2 و AD=4 . نسمي I مركز المربع ABFE و J منتصف القطعة $[EH]$. ينسب الفضاء إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(A;\frac{1}{2}\overrightarrow{AB};\frac{1}{4}\overrightarrow{AD};\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}\right)$



1. ا) عين إحداثيات كل نقطة من النقط B ;C ;E ;F ;H ثم I و J

ب) عين مركبات كل شعاع من الشعاعين $\overrightarrow{IJ}$ و $\overrightarrow{JC}$

جـ) بين أن الشعاع $\overrightarrow{AF}$ شعاع ناظمي للمستوي (IJC)

د) عين معادلة ديكارتية للمستوي(IJC) ثم تحقق أن النقط B ;C ;E ; H تنتمي إليه.

2. نسمي (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث: $MB^2+MC^2+ME^2+MH^2=48$

أ) بين أن (Γ) سطح كرة يطلب تحديد إحداثيات مركزها ω و نصف قطرها

ب) تحقق أن ω مركز ثقل المثلث IJC

جـ) عين نصف القطر و إحداثيات مركز الدائرة (C) المحيطة بالمستطيل EBCH

د) استنتج تمثيلا ديكارتيا للدائرة (C) .

التمرين الثاني : (04نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2-4Z+8=0$

2. نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ كثير الحدود التالي: $P(Z)=Z^3+2(\sqrt{2}-2)Z^2-8(\sqrt{2}-1)Z+16\sqrt{2}$

أ) احسب $P(-2\sqrt{2})$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $P(Z)=(Z+2\sqrt{2})(Z^2+aZ+b)$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z)=0$

3. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ لتكن النقاط A ; B و C التي لواحقها على الترتيب

$Z_C=-2\sqrt{2}$; $Z_B=2-2i$; $Z_A=2+2i$

أ) عين طويلة و عمدة كل من Z_A و Z_B ثم تحقق أن العدد Z_A^{4010} تخيلي صرف.

ب) بين أن النقط A ; B و C تقع على نفس الدائرة (C) التي مركزها المبدأ o والتي يطلب تعيين نصف قطرها

جـ) علم النقط A ; B و C ثم عين قيسا بالراديان للزاوية $(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA})$ واستنتج ان $\frac{3\pi}{8}$ هو قيس للزاوية $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$

د) بين أن : $\tan\frac{3\pi}{8}=1+\sqrt{2}$

التمرين الثالث : (05نقاط)

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة العدد 5^n على 7

2. اوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق $5^{2n}+5^n\equiv 0[7]$

3. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $(19^{6n+3}-5^{6n+4}+4n^2+1)$ يقبل القسمة على 7

4. A عدد طبيعي يكتب $\overline{x0y0}$ في نظام التعداد ذي الاساس 5

عين x و y حتى يكون A قابلا للقسمة على 35 ثم اكتب العدد A في النظام العشري

5. (u_n) متتالية هندسية متزايدة وحدودها موجبة تماما حيث $u_0-2u_1+u_2=16$ و $u_0u_1u_2=125$

أ) احسب الحد الأول و الأساس للمتتالية (u_n) ثم عبر عن u_n بدلالة n

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

ثم عين الأعداد الطبيعية n التي من اجلها يكون $4S_n \equiv 0[7]$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} - \ln(1+2e^x)$

1. احسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ وعند $+\infty$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = e^{-2x}\ln(1+2e^x)$

(Cf) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(o\ ;\vec{i}\ ;\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\text{ cm}$

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x) = 2e^{-2x}\ g(x)$
2. احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$ (بوضع $y = 1+2e^x$)
3. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
4. أنشئ المنحنى (Cf)
5. α عدد حقيقي موجب تماما.

أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان $\frac{e^{-x}}{1+2e^x} = e^{-x} - 2\frac{e^{-x}}{e^{-x}+2}$

ثم استنتج $I(\alpha)$ حيث : $I(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{e^{-x}}{1+2e^x}\,dx$

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $J(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x)\ dx$

ثم اعط تفسيرا هندسيا لـ$J(\alpha)$

الجزء الثالث: نعتبر المعادلة التفاضلية $(E):\ y'+2y = \frac{2e^{-x}}{1+2e^x}$

1. تحقق أن الدالة f هي حل للمعادلة (E)
2. أثبت انه تكون الدالة φ حل للمعادلة (E) *إذا وفقط إذا كان $(\varphi - f)$ حل للمعادلة* $(E'): y'+2y=0$
3. حل المعادلة (E') *ثم استنتج حلول المعادلة* (E)

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1;0;-2)$; $B(3;0;1)$; $C(1;0;1)$

1. اكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها A و تشمل B
2. لتكن (Δ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء بحيث : $\begin{cases} x+2z-3=0 \\ y+z-1=0 \end{cases}$

بين أن (Δ) مستقيم من الفضاء شعاع توجيهه $\vec{u}(-2;-1;1)$

3. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (p) الذي يشمل النقطة A و يعامد (Δ).
4. ا) -عين إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (p) .

ب) -احسب $d(A;(\Delta))$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ (S) و (Δ)

5. t عدد حقيقي و G مرجح الجملة $\{(C;1);(B;e^t)\}$

أ) بين أن : $\overrightarrow{BG}=\frac{1}{1+e^t}\overrightarrow{BC}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(t)=\frac{1}{1+e^t}$

ج) استنتج مجموعة النقط G عندما يتغير t في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

m عدد حقيقي. نعتبر التحويل النقطي T_m الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة 'M ذات اللاحقة 'z حيث:

$$z'=(m+i)z+m-1-i$$

1. هل توجد قيمة للعدد الحقيقي m حتى يكون T_m انسحابا؟
2. عين العدد الحقيقي m بحيث يكون T_m دوران يطلب تعيين مركزه و زاوية له.
3. نضع فيما يلي: $m=1$

أ) عين z_0 لاحقة النقطة الصامدة ω بالتحويل النقطي T_1

ب) من اجل كل عدد مركب z يختلف عن 1 ، احسب $L=\frac{z'-1}{z-1}$

- باستعمال تفسير هندسي لكل من طويلة و عمدة العدد L أثبت أن T_1 هو تشابه مباشر يطلب تعيين عناصره المميزة

4. نعرف في المستوي متتالية النقط (M_n) كما يلي:

$M_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $M_{n+1}=T_1(M_n)$

أ) مثل النقط M_1 ، M_2 ، M_3 ، M_4.

ب) من اجل كل عدد طبيعي n نضع: $d_n=\omega M_n$

- بين أن (d_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها . هل (d_n) متقاربة؟

التمرين الثالث : (04نقاط)

1. نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $11n-24m=1$ ...(1)

أ) تحقق أن المعادلة (1) تقبل على الأقل حلا

ب) جد باستعمال خوارزمية إقليدس حلا خاصا للمعادلة (1)

ج) عين مجموعة حلول المعادلة (1)

2. نريد إيجاد $PGCD(10^{11}-1\,,10^{24}-1)$

ا) بين أن العدد 9 يقسم كل من العددين : $10^{11}-1$ و $10^{24}-1$

ب) بين انه إذا كانت الثنائية $(n;m)$ حلا للمعادلة (1) فان : $(10^{11n}-1)-10(10^{24m}-1)=9$

ج) بين أن $(10^{11}-1)$ يقسم $(10^{11n}-1)$

- استنتج وجود عددين طبيعيين N و M حيث: $(10^{11}-1)N-(10^{24}-1)M=9$

د) بين أن كل قاسم مشترك للعددين $(10^{24}-1)$ و $(10^{11}-1)$ يقسم كذلك 9

ه) استنتج من الأسئلة السابقة $PGCD(10^{11}-1\,,10^{24}-1)$.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب: $g(x)=1+4xe^{2x}$

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$
2. ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني: f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$

(Cf) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j})$ حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\text{ cm}$

1. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجال تعريفها
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
3. احسب نهاية $[f(x)-x-1]$ عند $-\infty$ ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ) المقارب المائل للمنحنى (Cf)
4. ادرس الوضع النسبي للمنحنى (Cf) بالنسبة إلى (Δ)
5. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (Cf) عند النقطة A ذات الفاصلة $x_0=0$
6. بين أن المنحنى (Cf) يقبل نقطة انعطاف ثم أنشئ المنحنى (Cf) و المستقيمين (Δ) و (T) .
7. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_0^{\frac{1}{2}}(2x-1)e^{2x}\,dx=1-\frac{e}{2}$

- أحسب ب cm^2 مساحة الحيّز من المستوي المحدد بالمنحنى (Cf) و المستقيم (T) والمستقيمين الذين معادلتيهما $x=0$ و $x=\frac{1}{2}$.

أستاذتكم- حموش- تتمنى لكم النجاح في شهادة الباكالوريا