اختبار البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

المستوى: 3 تقني رياضي | 2015//2014 | المدة: 4 ساعات و نصف

عالج أحد الموضوعين التاليين على الخيار

الموضوع الأول

التمرين الأول (05 ن)

1/ أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد 4 ، 18 ، 84 .

2/ نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y التالية : $18x+4y=84......(I)$

أ- بين أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (I) فإن x مضاعف للعدد 2 .

ب- استنتج حلول المعادلة (I)

3/ نضع $d=p\gcd(x,y)$ حيث (x,y) حلول المعادلة (I) ؛ عين القيم الممكنة لـ d

4/ عين كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (I) والتي تحقق : $x.y \succ 0$

5/ A عدد طبيعي يكتب : $\overline{30\alpha\beta 1}$ في النظام ذي الأساس 5 ويكتب : $\overline{55\alpha\beta}$ في النظام ذي الأساس 7

- عين α و β ثم استنتج A واكتبه في النظام العشري .

التمرين الثاني (04 ن)

1 – حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $4Z^2-12Z+153=0$

2 – في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ وحدة الرسم : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1cm$

نعتبر النقط D,C,B,A ذات اللواحق $a=\frac{3}{2}+6i; b=\frac{3}{2}-6i; c=-3-\frac{1}{4}i; d=3+2i$

على الترتيب ، الشعاع $\vec{\omega}$ المعرف باللاحقة : $Z_{\vec{\omega}}=-1+\frac{5}{2}i$.

أ/ - عين اللاحقة Z_Q للنقطة Q صورة B بالانسحاب t الذي شعاعه $\vec{\omega}$.

ب/ - عين اللاحقة Z_R للنقطة R صورة D بالتحاكي h الذي مركزه C و نسبته $-\frac{1}{3}$.

ج/ - عين اللاحقة Z_S للنقطة S صورة D بالدوران r الذي مركزه A و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

د / - أنشئ النقط : S,R,Q,D .

3 – أ/ أثبت أن الرباعي $DQRS$ متوازي أضلاع .

ب/ احسب $\frac{Z_R-Z_Q}{Z_D-Z_Q}$ ثم استنتج الطبيعة الخاصة لمتوازي الأضلاع $DQRS$.

ج/ برهن أن النقط R,Q,D , تنتمي إلى دائرة واحدة (c) يطلب تعيين لاحقة مركزها ونصف قطرها .

التمرين الثالث (04ن)

نعتبر في $\mathbb{R}$ المعادلة التفاضلية (1) المعرفة كما يلي : (1).......... $y'+2y=0$.

1/ حل المعادلة التفاضلية (1) .

2/ عين الدالة f حل للمعادلة التفاضلية (1) و التي تحقق : $f(0)=1$.

3/ عين بدلالة n القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[n;n+1]$ علما أن : $m=\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$

حيث f هي حل المعادلة التفاضلية (1) ، $a=n; b=n+1$.

4/ (U_n) متتالية عددية معرفة كما يلي : $U_n=\frac{1}{2}(1-e^{-2})e^{-2n}$ حيث n عدد طبيعي .

أ/- احسب القيم المضبوطة لـ $U_2 ; U_1 ; U_0$

ب/- بين أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول و أساسها q

ج/- احسب المجموع S حيث : $S = U_0 + U_1 + \cdots \ldots\ldots + U_{2010}$

التمرين الرابع (07ن)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -4 + (4-2x)e^x$

1- ادرس تغيرات الدالة g

2- أحسب $g(0)$ ثم بين أن المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.59 < \alpha < 1.60$

3- استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II – نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \dfrac{2x-2}{e^x - 2x}$ ، نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث (الوحدة : $1cm$)

1- احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة

2- تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{(e^x-2x)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- عين دون حساب : $\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا

4- بين أن : $f(\alpha) = \dfrac{2-\alpha}{\alpha-1}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5- احسب : $f(1)$ ، $f(-1)$ ، $f(2)$ ، $f(-2)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f)

6- نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $F(x) = -x + \ln(e^x - 2x)$

أ/ أحسب F' الدالة المشتقة للدالة F ، ماذا تستنتج ؟

ب/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ ، $x=1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (4 نقاط)

1/ ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعددين: 5^n و 8^n على 13 .

2/ a ، b ، c و n أعداد طبيعية غير معدومة . برهن صحة الخاصيتين التاليتين :

إذا كان $a \equiv b[n]$ و $c \equiv d[n]$ فإن : $a+c \equiv b+d[n]$ و $a^2 \equiv b^2[n]$.

3/ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A على 13 حيث : $A = 1430^{2009} + 2010^{1430} - 25^{15}$

4/ أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي k يكون العدد : $(5k+1)64^k - 5^{2k+3} \equiv (5k+6)8^{2k}[13]$

5/ عين مجموعة قيم العدد الطبيعي k حتى يكون : $(5k+1)64^k - 5^{2k+3} \equiv 0[13]$ و k زوجي .

التمرين الثاني : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط التالية

$A(4;0;-3)$ ، $B(2;2;2)$ ، $C(3;-3;1)$ ، $D(0;0;-3)$.

1/ عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) محور القطعة المستقيمة $[AB]$.

2/ في مايلي ، نقبل أن المستويين (P_1) ، (P_2) محوري القطعتين $[BC]$ و $[DC]$ على الترتيب ، معرفان بالمعادلتين :

$$(P_1): 2x - 10y - 6z - 7 = 0 \quad \text{و} \quad (P_2): 3x - 3y + 2z - 5 = 0$$

أ ــ بين أن تقاطع المستويات (P) ، (P_1) و (P_2) هو نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها .

ب ــ بين أن النقط A ، B ، C و D تقع على سطح كرة مركزها النقطة E يطلب تعيين نصف قطرها .

التمرين الثالث : (5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ A ، B و I ثلاث نقط من المستوي لواحقها على الترتيب : $z_A = 3+2i$ ، $z_B = -3$ ، $z_I = 1-2i$

Z C (-1-6i)

أ ــ علم النقط A ، B و I في المُعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

ب ــ اكتب العدد z حيث : $z = \dfrac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$ على الشكل الجبري .

جـ ــ ما ذا يمكن أن تستنتجه حول طبيعة المثلث IAB ؟ .

د ــ أوجد z_C لاحقة النقطة C حيث C صورة النقطة I بالتحاكي الذي مركزه النقطة A و نسبته 2 .

هـ ــ لتكن D مرجح الجملة : $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$ أوجد لاحقة النقطة D .

5-4i

و ــ بين أن $ABCD$ مربع .

2/ عين ثم أنشئ (S) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \dfrac{1}{2}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$.

3/ لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{5}$

أ ــ بين أن B تنتمي إلى (E) .

ب ــ عين و أنشئ المجموعة (E) .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

f دالة ذات متغير حقيقي x معرفة على المجموعة $]-\infty;-1[\cup]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-1+2\ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$

نسمي (C) المنحنى الممثل للدالة f في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أدرس تغيرات f .

2/ أ ـ بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى

ب ـ أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ) .

جـ ـ أثبت أن النقطة $\omega\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحنى (C) .

د ـ برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1<\alpha<2$.

هـ ـ أرسم المنحنى (C) .

3/ أ ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة عين على المجال $]-\lambda;+\infty[$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln|x+\lambda|$.

ب ـ أستنتج دالة أصلية للدالة f على $]0;+\infty[$.

جـ ـ احسب $S(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

$x=1$ ، $x=\alpha$ حيث $\alpha>1$.

د ـ تأكد أن: $S(\alpha)=\frac{1}{2}\left(\alpha^2+2\alpha-3\right)+2\ln\left(\frac{\alpha}{4}\right)$

4/ (U_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ب : $U_n=f(n)-n+1$

أ ـ برهن أن (U_n) متتالية متزايدة .

ب ـ نضع: $S_n=U_1+U_2+.............+U_n$

أحسب S_n بدلالة n ثم $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.