الجمهورية الجزائرية الد يمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

اختبار الباكالوريا التجريبي — دورة : ماي 2015

الشعبة : تقني ريا ضي — متقن سيرين لخميسي تاورة

اختبار في مادة الرياضيات — المدة : 04 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقاط)

في الفضاء المزود بمعلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ تعطى النقط $A(1\,,2\,,2)$, $B(-1\,,0\,,1)$, $(3\,,2\,,1)$

1. بين أن المستوي (Q) الذي يشمل النقط A ، B ، C معادلته : $x-2y+2z-1=0$
2. (P) مستو معادلته $z=1$.

ا) تحقق أن المستقيم (BC) محتوى في المستوي (P).

ب) استنتج تقاطع المستويين (P) و (Q)

جـ) عين تمثيلاً وسيطيا للمستقيم (BC).

3. اثبت أن النقطة $H(1,2,1)$ هي المسقط العمودي للنقطة A على (P).

هل المستقيمان (BC) و (AH) متقاطعان ؟ برر إجابتك .

4. G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(A\,,1)\,,(B\,,1)\,,(C\,,-1)\right\}$.

أ) عين إحداثيات النقطة G .

ب) عين (E) مجموعة النقط M من الفضاء حيث $3\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الثاني :(05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(o,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقطتين A و B حيث :

$$z_A=\sqrt{3}+i\quad,\quad z_B=\sqrt{3}-i$$

1. اكتب العددين $z_A\,,\,z_B$ على الشكل الأسي ، ثم أنشئ النقطتين A و B .
2. r دوران مركزه O ، وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

- عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' صورة A بالدوران r .
- اكتب $z_{A'}$ على الشكل الجبري ، ثم أنشئ النقطة A' .

3. h تحاك مركزه O ، ونسبته $\frac{-3}{2}$.

- اكتب على الشكل المثلثي $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' صورة B بالتحاكي h ، ثم أنشئ النقطة B' .

4. ω مركز الدائرة المحيطة بالمثلث $OA'B'$ ، و R نصف قطرها و z_ω لاحقة النقطة ω.

ا) باستعمال الخاصة : $z\overline{z}=|z|^2$ تحقق من صحة العبارات التالية :

$$z_\omega\overline{z_\omega}=\left(z_\omega+\frac{3\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i\right)\left(\overline{z_\omega}+\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right)=R^2\quad,\quad\left(z_\omega-2i\right)\left(\overline{z_\omega}+2i\right)=R^2$$

ب) استنتج أن : $z_\omega-\overline{z_\omega}=2i$ و $z_\omega+\overline{z_\omega}=\frac{-4\sqrt{3}}{3}$

جـ) استنتج z_ω لاحقة النقطة ω وقيمة R.

التمرين الثالث :(04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي : من اجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_0 = 8$ و $u_{n+1} = 2u_n + 5n - 5$

1. احسب u_1 ، u_2 و u_3.

2. نضع من اجل كل عدد طبيعي n: $v_n = u_n + 5n$

- برهن أن (v_n) متتالية هندسية ، ثم اكتب عبارة كل من v_n و u_n بدلالة n ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟
- عين العدد الطبيعي n حيث: $2^n = 2048$ استنتج أن 2008 حد من حدود المتتالية (u_n).
- اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي k : $2^{4k+1} \equiv 2[10]$
- بين أن u_n عدد طبيعي .
- عين حسب قيم n رقم آحاد العدد u_n.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x - (x^2+1)e^{-x+1}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبيَن أنَ : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 1 + (x-1)^2 e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ).

3- بيَن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث ، $1.8 < \alpha < 1.9$.

4- أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5- بيَن أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $f''(x) = -(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أنَ (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

6- أحسب $f(0), f(3)$ ثم أرسم (Δ)، (T) و (C_f).

7- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية :
$(E) : f(x) = x + m$

II. نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $I_n = \int_0^1 x^n e^{-x+1} dx$.

1- أ) بيَن أنَ الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $G(x) = -(x+1)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^{-x+1}$.

ب) أحسب I_1.

2- أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أنَ : $I_{n+1} = -1 + (n+1)I_n$ لكل عدد طبيعي غير معدوم n.

ب) أحسب I_2.

3- أحسب بـcm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين الذين معادلتيهما : $x = 0$ و $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

α عدد حقيقي من المجال $[0;\pi]$ ، z عدد مركب و $f(z)$ كثير حدود معرف بـ:

$$f(z) = z^3 - (1-2\sin\alpha)\, z^2 + (1-2\sin\alpha)\, z - 1$$

أ) تحقق أن العدد 1 جذر لـ $f(z)$.

ب) عين العددين الحقيقيين a b بحيث : $f(z)=(z-1)(z^2+az+b)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $f(z)=0$.

2. المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، ولتكن النقط A ، B ، C لواحقها z_1 , z_2 , z_3 على الترتيب حيث : $z_1=1$, $z_2=-\sin\alpha+i\cos\alpha$, $z_3=-\sin\alpha-i\cos\alpha$

أ) اكتب على الشكل الأسي كل من z_1 , z_2 , z_3 .

ب) حدد طبيعة المثلث ABC ، ثم عين قيمة α حتى يكون قائم في A .

ج) G مركز ثقل المثلث ABC، ماهي لاحقتها ؟

- عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق : $\left\|\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}\right\| = \left\|3\overline{MO}\right\|$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,2,2)$, $B(1,0,1)$, $C(3,2,1)$

و المستوي (P) ذي المعادلة $z=1$ ، النقطة D هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P)

(Δ) هو المستقيم المعرف بـ: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-4-t \; ; (t\in\mathbb{R}) \\ z=1 \end{cases}$

(S) سطح الكرة المعرفة بالمعادلة $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$

من بين الأجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير

	أ)	ب)	جـ)	د)
1. المستقيم (BC)	محتوى في المستو (P)	يقطع المستوي (P)	يوازي المستوي (P)	عمودي على المستو (P)
2. إحداثيات D هي	(1 ,2,-1)	(1,1,2)	(1,2,1)	(1,2,0)
3. تمثيل الوسيطي لـ(BC)	$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t\,;\ t\in\mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t\,;\ t\in\mathbb{R} \\ z=-3t \end{cases}$	$\begin{cases} x=1-2t \\ y=2t\,;\ t\in\mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2t\,;\ t\in\mathbb{R} \\ z=3 \end{cases}$
4. المستقيمان (Δ) و (BC)	متوازيان تماما	منطبقان	متقاطعان	ليسا من نفس المستوي
5. سطح الكرة (S)	تمس (P)	يقطعها (P)	لا يقطعها (P)	مركزها ينتمي إلى (P)

التمرين الثالث :(04 نقاط)

نعتبر المعادلة $4x-13y=7$ حيث x و y عددان صحيحان.

1. عين الحل الخاص $(x_0\ ,\ y_0)$ للمعادلة (1) الذي يحقق $x_0 - y_0 = 4$
2. حل المعادلة (1) .
3. ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين x و y .
   - ماهي القيم الممكنة للعدد d إذا كان $(x ، y)$ حلا للمعادلة (1)؟
   - عين الثنائيات $(x ، y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) بحيث يكون d=7.
   - عين الثنائيات $(x ، y)$ من الأعداد الطبيعية حلول المعادلة (1) التي تحقق $\begin{cases} d=7 \\ x+y \prec 400 \end{cases}$

التمرين الرابع : (6 نقاط)

في كل ما سيأتي المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة 2cm

الجزء الأول : نعتبر الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $u(x)=\sqrt{x^2+1}-x$ و (φ) تمثيلها البياني .

- حدد نهاية u عند $-\infty$.
- برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $u(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}$
- استنتج نهاية u عند $+\infty$.

2. أ) برهن أن : $(u(x)+2x)$ تنتهي إلى الصفر عندما تنتهي x إلى $-\infty$.
   ب) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا :. $u(x) > 0$
   ج) استنتج إشارة $(u(x)+2x)$ ثم فسر بيانيا هذه النتيجة .
3. أ) برهن أن : $u'(x)=\dfrac{-u(x)}{\sqrt{x^2+1}}$
   ب) ادرس تغيرات الدالة u .
   ج) ارسم المنحنى (φ) و المستقيم المقارب له .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\int_0^x \dfrac{-1}{\sqrt{t^2+1}}dt$ و (Γ) تمثيله البياني .

1- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f(x)=\ln(u(x))$

2- عين نهايات f عند $-\infty$ ثم $+\infty$ وادرس تغيرات الدالة f .

3- عين معادلة للمستقيم (T) مماس المنحني (Γ) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

نعتبر الدالة العددية φ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\varphi(x)=f(x)+x$.

برهن أن φ متزايدة على $\mathbb{R}$ وان $\varphi(0)=0$ ، استنتج وضعية المنحني (Γ) بالنسبة للمماس (T).

4- ارسم في نفس المعلم المنحني (Γ) و المماس (T).

5- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (Γ) و المستقيمات التي معادلاتها : $y=0$ ، $x=0$ و $x=\alpha$ $(\alpha \succ 0)$

بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ☺