الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

الثانويات : عيسى زريمش (حمام دباغ) ـ هواري بومدين — يوم : 05 /12/ 2016

المستوى : الثالثة تقني رياضي — المدة : ساعتان

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (05 نقط)

لكل سؤال ثلاث إجابات ، إجابة واحدة منها صحيحة ، المطلوب : تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة جـ
01	من أجل $x\in]0;+\infty[$ العبارة $x.2^{\frac{-\ln x}{\ln 2}}$ تساوي	x	1	e
02	$\lim\limits_{x\to\ln\sqrt{2}}\left(\frac{e^x+\sqrt{2-e^{2x}}-\sqrt{2}}{2(x-\ln\sqrt{2})}\right)$ هي :	$-\infty$	$+\infty$	1
03	f دالة معرفة على $]2,+\infty[$ بـ $f(x)=x+\ln\left\|\frac{x-2}{x+2}\right\|$ دالتها المشتقة هي:	$f':x\to\frac{x^2}{x^2-4}$	$f':x\to\frac{x^2}{x^2+4}$	$f':x\to\frac{x^2-4}{x^2}$
04	من اجل كل عدد حقيقي λ موجب تماما جميع المنحنيات (C_λ) التي معادلتها $y=e^{-\lambda x^2}$ تمر من نقطة ثابتة هي:	$O(0,0)$	$A(1;0)$	$A(0;1)$
05	المعادلة : $4(\ln\|x\|)^2-1=0$ تقبل في $\mathbb{R}^*$	حلين	4 حلول	لا تقبل حلول

التمرين الثاني: (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.المنحنيين (C_g) و (C_h) الممثلين للدالتين g و h على الترتيب المعرفتين و القابلتين للإشتقاق على المجال $]0,+\infty[$ إحداهما هي مشتقة الدالة الأخرى، حيث: $g(x)=a+\frac{b+\ln x}{x^2}$

و $b;a$ عددان حقيقيان . **(أنظر الملحق ... يعاد مع ورقة الاجابة)**

/1 α عدد حقيقي ، بقـراءة بيـانية عين مايلي :

أ/* $g(\alpha)$ ، $h'(\alpha)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[h(x)-\frac{1}{2}x\right]$

ب/* العددان الحقيقيان a و b.

ج/* جدول التغيرا ت على المجال $]0,+\infty[$ يتضمن تغيرات الدالة و إشارة مشتقتها(بقصد تعيين الدالة و دالتها المشتقة حسب البيان)

/2 نعتبـر أن : $h(x)=\frac{1}{2}x+1-\frac{\ln x}{x}$

أ/* تحقق بالحساب أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $h'(x)=g(x)$

ب/* أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_h) في النقطة ذات الفاصلة e ، ثم استنتج أنه يوازي المستقيم (Δ)

ج/* ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $2h(x)=x-m$

3/ k دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ بــ : $k(x)=\frac{1}{2}|x|+1-\frac{\ln|x|}{|x|}$ ، (C_k) تمثيلها البياني

** أنشئ (C_k) اعتمادا على (C_h) **(الرسم يكون على الملحق)**

التمرين الثالث: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)-\frac{1}{x+1}+\sqrt{e}$

1/ بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\sqrt{e}$.

2/ أ* بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $g'(x)=\frac{-1}{x(x+1)^2}$.

ب* شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة $g(x)$.

3/ بين أن المعادلة: $g(x)=e-1$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0,+\infty[$.

II) f الدالـة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بــ :
$$f(x)=\begin{cases} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)+\sqrt{e}(x+1) & ,x>0 \\ (1-x)e^{x-\frac{1}{2}} & ,x\le 0\end{cases}$$

و ليكن (C_f) المنحنى البياني الممثل للدالة f في مستوٍ منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

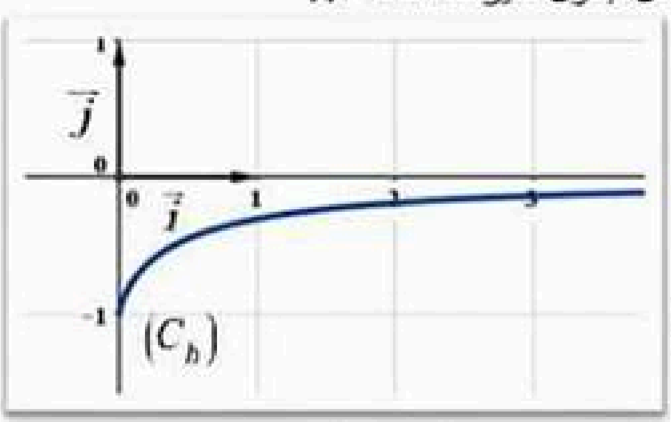
1/ أ* بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)=1$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب* حدد $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا .

2 / أ* بين أن الدالة f مستمرة عند 0.

ب* أحسب $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$ ، ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا .

3/ أ* بيــن أن: $f'(x)=\begin{cases} g(x) & ,x>0 \\ -xe^{x-\frac{1}{2}} & ,x<0\end{cases}$ ، ثم شكـل جدول تغيرات الدالة f .



ب* بين أن $A\left(-1,\frac{2}{\sqrt{e}}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

ج* بين أن معادلة المماس (T_α) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة α من الشكل: $y=(e-1)x-\alpha(e-1)+f(\alpha)$

4/ لتكن h الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $h(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)-1$

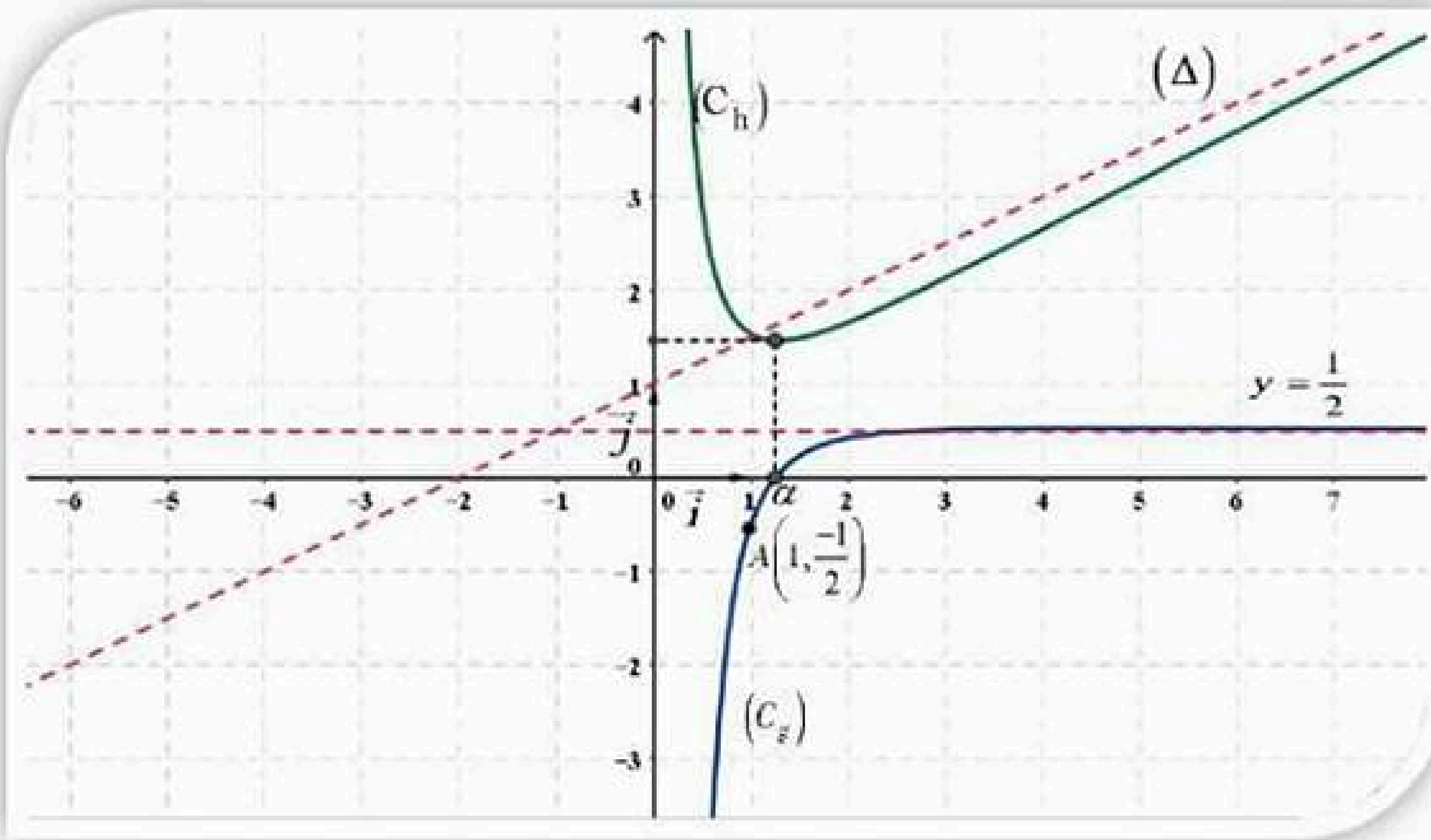
تمثيلها البياني (C_h) **(أنظر الشكل المقابل)**

أ* بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=\sqrt{e}x+\sqrt{e}+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب* استنتج وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

5) أنشئ (Δ) ، (C_f).

الملحق: .... الاسم و اللقب : .... القسم : ....



....

الملحق: .... الاسم و اللقب : .... القسم : ....