

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

(1) حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية: $4z^2 - 12z + 153 = 0$

(2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معام متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ النقط A, B, C, D والشعاع \vec{v}

حيث: $z_A = \frac{3}{2} + 6i$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ ، $z_D = 3 + 2i$ ، $E\left(\frac{1}{2}; -\frac{7}{2}\right)$ ، و $z_{\vec{v}} = -1 + \frac{5}{2}i$

أ - اوجد اللاحة z_F للنقطة F صورة النقطة D بالتحاكي الذي مركزه C ونسبته $-\frac{1}{3}$.

ب - اوجد اللاحة z_H للنقطة H التي تحقق: $z_H - z_A = -i(z_D - z_A)$

(3) أ - اكتب العدد المركب $\frac{z_F - z_E}{z_D - z_E}$ على الشكل الأسّي .

ب - بين أن الرباعي $DEFH$ مربع .

التمرين الثاني: (4 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول $(x; y)$: $7x - 3y = 8$ حيث x و y عدنان طبيعيان .

(1) أ - بين أن: $x \equiv 2[3]$

ب - استنتج حلول المعادلة (E) .

(2) ليكن $d = PGCD(x; y)$ حيث $(x; y)$ حلا للمعادلة (E) .

أ - ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب - عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$.

التمرين الثالث: (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(1; -1; 1)$ ، $B(-2; 2; 1)$ ،

$$\begin{cases} x = -t + 1 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 مستقيم معرف بتمثيله الوسيط: (Δ) . $H\left(2; 1; \frac{5}{2}\right)$ و $C\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; 1\right)$

(1) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

(2) بين أن المستقيمين (Δ) و (AB) متعامدان في النقطة C .

(3) (P) هو المستوي الذي يشمل المستقيمين (Δ) و (AB) .

أ - تحقق أن المعادلة $x + y + z - 1 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

ب - بين أن النقطة C هي المسقط العمودي للنقطة H على المستوي (P) .

ج - لتكن D نقطة من (Δ) بحيث $AC = CD$. بين أن حجم الرباعي $ABDH$ يساوي $\frac{3\sqrt{3}}{4}uv$.

(4) عين طبيعة المجموع (Q) للنقط M من الفضاء التي تحقق: $\|\vec{CM}\| = \|\vec{MC} - \vec{MH}\|$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

(I) g دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $g(x) = (x+1)^2 - 2 + \ln(x+1)$

(1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]-1; +\infty[$.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,31 < \alpha < 0,32$

(3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

(II) f دالة معرفة على $]-1; +\infty[$ ب: $f(x) = (x+1)^2 + (2 - \ln(x+1))^2$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 1cm$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) اثبت أنه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{2g(x)}{x+1}$

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(4) احسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ $f(\alpha) \approx 4,7$)

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x) = m^2$ حلين غير معدومين مختلفين في الإشارة .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

- اجب بصحيح أم خطأ على العبارات التالية مع التعليل.

(1) إذا كانت لدينا اللواحق: $z_A = -2 + 3i$ ، $z_B = -3 - i$ ، $z_C = 6 + i$ فإن المثلث قائم .

(2) من أجل كل عدد حقيقي لدينا: $e^{-i\theta} = \frac{1}{e^{i\theta}}$

(3) عدد مركب يختلف عن 1 . إذا كانت $|z|=1$ فإن العدد المركب $\frac{1-z}{1+z}$ هو تخيلي صرف .

(4) عدد مركب حيث: $z = \left(i \cos \frac{2\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{5} \right)^5$. الشكل الأسّي للعدد z هو: $e^{-i\frac{\pi}{2}}$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(-1; 0; 4)$ و $B(3; -4; 2)$

والمستوي (P) الذي معادلته: $3x + 4y + z - 1 = 0$.

(1) لتكن (Q) مجموعة النقط $M(x; y)$ من الفضاء المعرفة بالتمثيل الوسيطى: $(t, m) \in R^2$:
$$\begin{cases} x = -1 - 4t \\ y = 2 - t + 2m \\ z = -2t - 4m \end{cases}$$

- تحقق أن: $x - 2y - z + 5 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

(2) أ - بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان و ليكن (Δ) مستقيم تقاطعهما .

ب - تحقق أن النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ) ثم أثبت أن الشعاع $\vec{u}(1; -2; 5)$ شعاع توجيه له .

ج - استنتج تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (Δ) .

(3) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x; y)$ من الفضاء التي تحقق: $MA^2 + MB^2 = AB^2$.

أ - حدد طبيعة المجموعة (Γ) مع ذكر عناصرها المميزة .

ب - عين مجموعة النقط تقاطع (Γ) و (Δ) (يطلب تعيين إحداثيات هذه النقط) .

التمرين الثالث: (4 نقاط)

السؤال (4) مستقل عن الأسئلة الأخرى .

- (1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 3^n على 10 .
- (2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : ب $103^{4n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 21 \equiv 0 [10]$.
- (3) عين الأعداد الطبيعية n بحيث : $10 < n \leq 25$ و $7 \times 3^{n+1} - 11 \equiv 0 [10]$.
- (4) ليكن العدد A يكتب على الشكل $xx02102$ في النظام ذي الأساس 3 ويكتب على الشكل $y67y$ في النظام ذي الأساس 9 .
 - أ - عين قيمة كل من العددين الحقيقيين x و y .
 - ب - اكتب العدد A في النظام ذي الأساس 7 .

التمرين الرابع: (7 نقاط)

x	$-\infty$	$-1/2$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	1	$(-2/e)+1$	$+\infty$

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على R بـ : $g(x) = 4xe^{2x} + 1$

و جدول تغيراتها المقابل .

- بين أنه من أجل كل x من R : $g(x) > 0$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على R بـ : $f(x) = x + (2x - 1)e^{2x}$

ليكن (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس . (وحدة الطول 2cm)

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f) .

(2) أ - تحقق أنه من أجل كل x من R : $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f .

ج - بين أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α تحقق $0,40 < \alpha < 0,41$.

د - اكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة .

(3) احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم انشئ المستقيم (d) والمماس (T) والمنحني (C_f) .

(4) m وسيط حقيقي و h_m الدالة المعرفة على R كما يلي : $h_m(x) = (x-1)e^{2x} - mx$

أ - برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R : $h'_m(x) = f(x) - (x+m)$.

ب - ناقش، بيانيا حسب قيم الوسيط m ، عدد القيم الحدية للدالة h_m .