

التمرين الأول (04 نقط)

- في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقطتين $A(1;1;1)$ و $B(3;2;0)$ ، (P) هو المستوي الذي يشمل النقطة B و يقبل الشعاع $\overline{AB}$ شعاعا ناظما له، (Q) هو المستوي الذي معادلة له : $x - y + 2z + 4 = 0$ و (S) سطح الكرة التي مركزها A ونصف قطرها AB .
- (1) بين أن المستوي (P) معادلة له هي : $2x + y - z - 8 = 0$.
- (2) عين معادلة لسطح الكرة (S) .
- (3) أ) أحسب المسافة بين النقطة A والمستوي (Q) ، مستنتجا أن المستوي (Q) مماس للسطح (S) .
ب) هل المستوي (P) يمس سطح الكرة (S) ؟
- (4) **بيني** أن المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (Q) هي النقطة $C(0;2;-1)$.

(أ) بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان، وأن تقاطعهما هو المستقيم (D) حيث تمثيلا وسيطيا له هو :

$$(t \in \mathbb{R}) \begin{cases} x = t \\ y = 12 - 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$$

- (ب) بين أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (D) .
- (ج) (R) هو المستوي المعين بالنقطة A و المستقيم (D) (يشمل النقطة A ويحوي المستقيم (D))، هل (R) هو المستوي المحوري للقطعة $[BC]$ ؟ برر إجابتك.

التمرين الثاني (04 نقط)

- من أجل كل عدد طبيعي n نضع $a_n = 3n^2 + 5n + 2$ و $b_n = n + 3$
- (1) بين أن $PGCD(a_n, b_n) = PGCD(b_n, 14)$ ، ما هي القيم الممكنة لـ : $PGCD(a_n, b_n)$ ؟
- (2) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $PGCD(a_n, b_n) = 7$
- (3) أ) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7
ب) ما هو باقي قسمة العدد $1437^{2016} + 2017^{1438} + 3191^{51}$ على 7؟
- (4) نضع : $c_n = 3nb_n - a_n + 1437^{2016} + 1$ عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون $\begin{cases} c_n \equiv 0[7] \\ n \equiv 0[5] \end{cases}$
- (5) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد $(1437^{9n+1} - 3 \times 4^{12n+1} + 52)$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الثالث (05 نقط)

- (1) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : $z^2 - 2z + 2 = 0$
ب) استنتج حلول المعادلة $(-iz + 3i + 3)^2 - 2(-iz + 3i + 3) + 2 = 0$
- (2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{u}; \vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها : $z_A = 1 + i$ ، $z_B = 1 - i$ و $z_C = 2z_B$ على الترتيب.
- (أ) علم النقط A ، B و C في المعلم السابق. أكتب العدد المركب z_A على الشكل الأسّي.
- (ب) عين (Δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث : $\arg[(z - z_A)^2] = \arg(z_A) - \arg(z_B)$
- (ج) بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (Γ) مركزها النقطة I ذات اللاحقة 3 ونصف قطرها $\sqrt{5}$.

(د) أحسب العدد المركب $\frac{z_c - 3}{z_A - 3}$ ثم استنتج أن النقطة C هي صورة النقطة A بدوران r يطلب تعيين مركزه وزاويته.

(3) أ- بين أن العبارة المركبة للدوران r هي، $z' = i(z-3)+3$ ،
 ب- التحاكي h ، يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ ، حيث: $z' = -3z+12$ عين نسبة ومركز التحاكي h .
 ج- نضع: $S = hor$ ، عين طبيعة التحويل S مبرزاً عناصره المميزة، ثم تحقق أن عبارته المركبة

$$z' = 3e^{-i\frac{\pi}{2}}(z-3)+3 \text{ هي:}$$

(4) أ- عين (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي، حيث: $z = \frac{\sqrt{5}}{3}e^{i\theta} + 3$ مع $\theta \in \mathbb{R}$.
 ب- عين (E') صورة (E) بالتحويل S .

التمرين الرابع (07 نقط):

الجزء الأول: لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$
 (1) بين أن الدالة g متزايدة تماماً وشكل جدول تغيراتها.

(2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,75 < \alpha < 1$ واستنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 - \frac{\ln x}{x^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول 2 cm).

$$(1) \text{ أ- بين أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0 \text{ ثم استنتج } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{، أحسب } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

ب- بين أن المنحني (C_f) يقبل المستقيم (D) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارباً مائلاً له عند $+\infty$.

ج- حدد وضعيّة المنحني (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D) .

$$(2) \text{ أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من المجال }]0; +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ، وشكل جدول تغيراتها.

(3) أ- بين أنه توجد نقطة من المنحني (C_f) ، يكون عندها المماس لـ (C_f) موازياً للمستقيم (D) .

ب- أكتب معادلة لهذا المماس الذي نرمز إليه بـ (Δ) .

ج- أنشئ المنحني (C_f) والمستقيمين (Δ) و (D) . (نأخذ بالتقريب $\alpha = 0,8$ و $f(\alpha) = 0,9$)

(د) ناقش بياناً وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $mx^2 = -\ln x$

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق.