

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1;1;0)$, $B(0;1;2)$ و $C(2;-2;1)$.

(1) - بين أن النقط $A; B; C$ و C تعين مستويا - أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

$$(2) \text{ ليكن } (P) \text{ مستوي تمثيله الوسيطي : } (\alpha; \beta) \in \mathbb{R}^2 \begin{cases} x = 2 + \alpha + 2\beta \\ y = 1 + 2\alpha \\ z = 1 - \beta \end{cases}$$

• أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P)

• بين أن تقاطع المستويين (ABC) و (P) هو المستقيم (Δ) ، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

(3) عيّن مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء بحيث : $(\vec{MA} - \vec{MB}) \cdot (\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}) = 0$ معينا معادلتها الديكارتية.

(4) نفرض أن : $(Q): x - 2z + 5 = 0$

• أدرس تقاطع المستويات (Q) ، (P) و (ABC)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

تعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ النقط $A; B; C; D; I$ ذات اللواحق :

$$Z_A = i ; Z_B = \overline{Z_A} ; Z_C = -1 + \sqrt{3}i ; Z_D = \overline{Z_C} ; I \text{ منتصف } [CD]$$

(1) مثل النقط في المعلم

$$(2) \text{ أكتب العدد } L \text{ على الشكل الأسّي ، حيث : } L = \frac{Z_A - Z_I}{Z_B - Z_I}$$

أ- استنتج طبيعة المثلث ABI

ب- عيّن المركز ω و نصف القطر r للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABI أنشئ الدائرة (C)

(3) ليكن R دوران مركزه I و زاويته $\frac{\pi}{2}$ ، h التحاكي الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D .

أ- عيّن العبارة المركبة لكل من R و h

ب- ما هي طبيعة التحويل $h \circ R$ محددًا عبارته المركبة و عناصره

ج- عيّن معادلة (C') صورة (C) بالتحويل $h \circ R$ مستعملًا طريقتين

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ، المعادلة ذات المجهول $(x, y) : 7x - 3y = 8$: (E) ...

1) أ- بين انه إذا كانت الثنائية (x, y) حل للمعادلة (E) فإن $y \equiv 2[7]$.

ب- استنتج حلول المعادلة (E).

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{38}$ في نظام تعداد أساسه y ويكتب $\overline{70}$ في نظام تعداد أساسه x حيث $x \leq 11$ و

$y \leq 16$ أ- اوجد القيم الممكنة لـ x, y ثم اكتب العدد N في النظام العشري .

3) d القاسم المشترك للعددين x, y حيث الثنائية (x, y) هي حل للمعادلة (E)

أ- اوجد القيم الممكنة لـ d ب- اوجد كل الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) من أجل $d = 4$

ج- اوجد الثنائيات (x, y) حلول المعادلة (E) حيث $3^{7x} + 7^{3y} \equiv 0[11]$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن g دالة عددية معرفة على المجال $D =]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

1) اوجد نهايتي الدالة g على يمين 0 و عند $+\infty$ (2). ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة الدالة g .

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D =]0; +\infty[$ كالتالي : $f(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{\ln(x)}{x}$.

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

1) أ- اوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و على يمين 0. فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + \frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحني (C) .

ج - ادرس الوضع النسبي للمنحني (C) بالنسبة إلى (Δ) .

2) أ- تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها .

ج- اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحني (C) عند النقطة $A(1; \frac{3}{2})$.

3) أثبت أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]\frac{1}{2}; 1[$.

4) مثل المنحني (C) و المستقيمين (Δ) و (T) .

الجزء الثالث: نضع من أجل x ينتمي إلى D : $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$.

1) احسب $h'(x)$. ما ذا تستنتج ؟

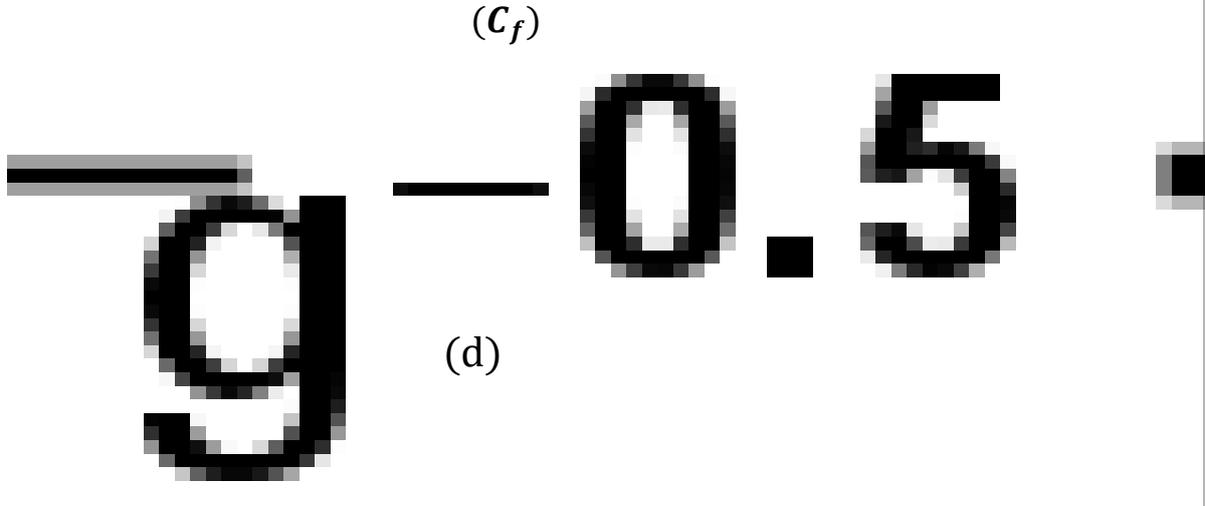
2) اوجد بالسنتيمتر المربع S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها:

$$. x = 1 ; x = e ; y = 0$$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[0,5]$ بالعلاقة $f(x) = (x-3)^2 + 3$ و $y = x$ المستقيم الذي معادلته:



$$(1) (U_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي: } U_0 = \frac{15}{4} \text{ و } U_{n+1} = f(U_n)$$

أ - اعد تمثيل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية: U_3, U_2, U_1, U_0 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

(2) أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n: 3 < u_n < 4$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج انها متقاربة

(3) (V_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بالعلاقة: $V_n = \ln(U_n - 3)$

أ- برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول V_0

ب- أكتب بدلالة n كلا من U_n و V_n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ج - احسب بدلالة n المجموع: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

د- احسب بدلالة n الجداء: $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3)(u_2 - 3) \dots (u_n - 3)$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) النقطتين A و B لاحتتهما $Z_A = 4 + 2i$ ، $Z_B = 3 - i$

(1) أ) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{Z_B - Z_A}{Z_B}$

ب) إستنتج طبيعة المثلث ABO .

(2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحتتها z النقطة M' لاحتتها z' والذي يحول

النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

أ) بين أن العبارة المركبة للتحويل النقطي R هي: $z' = -iz + 1 + 3i$.

ب) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

ت) عيّن Z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

ث) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

ج) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحتتها z حيث: $|z - 4 - 2i| = |z|$.

(3) أ) من أجل $z \neq 2 + i$ ، نضع: $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$. بيّن أنّ: $L = -i$.

ب) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث L^n عدداً حقيقياً.

ت) بيّن أنّ: $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر في المجموعة \mathbb{R} المعادلة التفاضلية: $(E): y' + 3y = 2e^{-x}$.

(1) عين قيمة العدد الحقيقي a بحيث تكون الدالة g المعرفة على المجموعة \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = a.e^{-x}$ حل للمعادلة (E) .

(2) نعتبر المعادلة التفاضلية: $(E'): y' + 3y = 0$ حل المعادلة (E') .

(3) برهن أنّ الدالة k هي حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة $(k - g)$ هي حل للمعادلة (E') . ثم استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) .

(4) عين حلاً خاصاً k للمعادلة (E) بحيث يكون معامل توجيه المماس للمنحنى الممثل للدالة k في النقطة ذات الفاصلة 0 يساوي -4 .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: g معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $g(x) = 1 + (x^2 + 2x)e^{-x}$

(1) أ- أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، ثم بين ان: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$

ب- ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها. (نأخذ: $g(-\sqrt{2}) = -2,4$ و $g(\sqrt{2}) = 2,2$)

(2) أ- بين ان المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلين في \mathbb{R} ، α و β حيث $-2 < \alpha < -1,9$ و $-0,4 < \beta < -0,5$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R}

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x + 4 - (x + 2)^2 e^{-x}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أ- أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادله $y = x + 4$ مقارب مائل لـ للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ج- ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

(2) أ- بين انه من جل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f ((نأخذ: $f(\alpha) = 2,05$ و $f(\beta) = -0,25$))

(3) بين ان المستقيم (Δ) مماساً للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تعيينها،

ثم اكتب معادلة المماس الاخر (T) الذي يوازي (Δ)

(4) أرسم (T) ، (Δ) و المنحنى (C_f)

(5) ناقش بيانياً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$