الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية عين تموشنت

امتحان بكالوريا تجريبي(2) — ثانوية داودي محمد ـ المالح ـ

الشعبة: تقني رياضي — دورة ماي: 2017

اختبار في مادة:الرياضيات — المدة: 4 ساعات

**على المترشح أن يختار موضوعا واحدا من الموضوعين:**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: ( 4 نقاط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقطة $A(0;-1;2)$ والمستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$

حيث: $(\Delta):\begin{cases}x=-\alpha-1\\ y=-\alpha+2\\ z=3\alpha-2\end{cases}\quad(\alpha\in R)$ و $(\Delta'):\begin{cases}x=\beta+1\\ y=-\beta+5\\ z=-3\beta+1\end{cases}\quad(\beta\in R)$

1) ادرس الوضع النسبي للمستقيمين $(\Delta)$ و $(\Delta')$ .

2) $(P)$ هو المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي: $(P):\begin{cases}x=-t+\lambda\\ y=-t-\lambda-1\\ z=3t-3\lambda+2\end{cases}$ حيث $t$ و $\lambda$ وسيطان حقيقيان.

ـ اوجد معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ .

3) $(Q)$ مستو ذو معادلة ديكارتية: $3x+8y-3z+1=0$ . بين أن المستويين $(P)$ و $(Q)$ متقاطعان وفق مستقيم يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

4) $m$ عدد حقيقي و $(P_m)$ المستوي ذو المعادلة: $(m+1)x+2(m+2)y-(m+1)z+1=0$

ـ بين أن جميع المستويات $(P_m)$ تشمل مستقيما ثابتا $(D)$ يطلب إعطاء تمثيلا وسيطيا له .

### التمرين الثاني: ( 4 نقاط )

نعتبر المعادلة $(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ : حيث $x$ و $y$ عددان طبيعيان .

1) عين الدالة $f$ حل للمعادلة التفاضلية $y'=(\ln 3)y$ والتي تحقق: $f(0)=3$

2) أ ـ ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $3^n$ على 7

ب ـ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $f(2016)-10$ على 7 .

3) اوجد بدلالة $n$ عبارة المجموع $S_n$ حيث: $S_n=f(0)+f(1)+\cdots+f(n-2)$

4) عين قيمة العدد الطبيعي $n$ الذي يحقق: $\begin{cases}2S_n\equiv 0[7]\\ 2012<n<2020\end{cases}$

**التمرين الثالث: ( 5 نقاط )**

I) حل في $C$ المعادلة ذات المجهول $z$ التالية: $z^2+4z+8=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $E$

حيث: $z_A=2-2i$ ، $z_B=-2+2i$ ، $z_C=-2-2i$ و $z_E=-1+2i$ .

1) اوجد اللاحقة $z_D$ للنقطة $D$ بحيث يكون: $z_D+z_B=z_A+z_C$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$

2) $\alpha$ عدد حقيقي غير معدوم و $G_\alpha$ مرجح الجملة $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$

ـ اوجد بدلالة $\alpha$ إحداثيات النقطة $G_\alpha$ ثم عين طبيعة مجموعة النقط $G_\alpha$ لما يتغير $\alpha$ في $\mathbb{R}^*$ .

3) $S$ تحويل نقطي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ حيث: $2z'=(1-i)z-3+i$

أ ـ حدد طبيعة التحويل $S$ مع تعيين عناصره المميزة .

ب ـ بين أن: $z'+1-2i=i(z'-z)$ ثم استنتج طبيعة المثلث $EMM'$ .

4) بين أن مساحة الرباعي $A'B'C'D'$ صورة الرباعي $ABCD$ بالتحويل $S$ تساوي $8ua$ .

**التمرين الرابع: ( 7 نقاط )**

I) $g$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-\frac{1}{x^2}-4\ln x$

1) بين أن الدالة $g$ متزايدة على المجال $]0;+\infty[$ .

2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$ .

II) $f$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4x^2}-(\ln x)^2$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) اثبت أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$: $f(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ .

3) بين أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{1}{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات $f$ .

4) أ ـ بين أن الدالة $h$ المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=f(x)-x$ متناقصة تماما على المجال $]0;1[$ .

ب ـ بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,54<\alpha<0,56$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5) أنشئ المنحنى $(C_f)$ .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع المستقيم ذو المعادلة $y=e^m$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 4 نقاط )

نعتبر في ℂ كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z)=z^4+8-8\sqrt{3}i$ ونعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ حيث: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=-1+\sqrt{3}i$ ، $z_C=-z_A$ و $z_D=-z_B$ .

1) أ ـ اكتب كلا من الأعداد $z_A$ ، $z_B$ ، $z_C$ و $z_D$ على الشكل الأسي .

ب ـ استنتج أن النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

2) بين أن: $\dfrac{z_A+z_B}{z_A+z_D}=i$ ثم بين أن المثلث $ABD$ قائم في $A$ و متساوي الساقين .

3) نعتبر الدوران $\Re$ الذي مركزه المبدأ $O$ وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$ والذي يحول النقطة $M(z)$ إلى $M'(z')$ من المستوي المركب.

ـ تحقق من أن: $B=\Re(A)$ ، $C=\Re(B)$ و $D=\Re(C)$

4) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد مركب $z$ لدينا: $P(z')=P(z)$

ب ـ احسب $P(z_A)$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(z)=0$ .

### التمرين الثاني: ( 4 نقاط )

نريد تكوين فريق من ثلاث نوادي مختلفة $C_1$ ، $C_2$ و $C_3$ ، فنختار 5 لاعبين من النادي $C_1$ يحملون الأرقام من 1 إلى 5، و 3 لاعبين من النادي $C_2$ يحملون الأرقام من 6 إلى 8 ولاعبين اثنين من النادي $C_3$ يحملان الرقمان 9 و 10 .

نختار الآن لاعبين اثنين من الفريق ليبقيا في الإحتياط علما أن كل الإختيارات متساوية الإحتمال .

1) احسب احتمال الحوادث التالية:

$A$ " اللاعبين المختارين يحملان رقمين فرديين " .

$B$ " اللاعبين المختارين من نفس النادي " .

2) هل الحادثتان $A$ و $B$ مستقلتان ؟

3) ما احتمال أن يكون اللاعبين المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين و يحملان رقمين فرديين ؟

4) نريد أن يكون اللاعبين المختارين في الإحتياط من ناديين مختلفين، ما احتمال أن يكونا حاملين لرقمين فرديين ؟

### التمرين الثالث: ( 5 نقاط )

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(6;0;0)$، $B(0;6;0)$ و $C(0;0;4)$ والشعاع $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$ .

1) اوجد إحداثيات النقطة $G$ مرجح الجملة $\{(O,1);(A,2);(B,3)\}$ .

2) لتكن $(S)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $\left(\overrightarrow{MO}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\overrightarrow{MC}=0$

أ ـ بين أن هي سطح كرة يطلب تحديد إحداثيتي مركزها $I$ و نصف قطرها $r$ .

ب ـ اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة $(S)$ .

3) $(P)$ مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء التي تحقق: $MO^2+2MA^2-3MB^2=24$

أ ـ بين أن النقطة $G$ تنتمي إلى $(P)$ .

ب ـ بين أن مجموعة النقط $M$ من $(P)$ تحقق أيضا العلاقة: $\overrightarrow{MG}\cdot\vec{u}=0$

ج ـ حدد طبيعة المجموعة $(P)$ مع إعطاء معادلة ديكارتية لها .

## التمرين الرابع: ( 7 نقاط )

I) $g$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2\left(1-x\sqrt{x}\right)-\ln x$

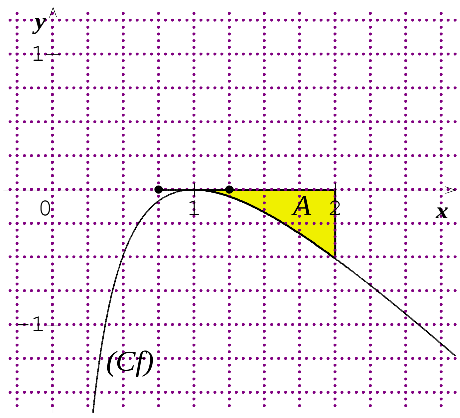
1) بين أن الدالة $g$ متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ .

2) احسب $g(1)$ ثم حدد حسب إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$ .

II) $f$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1-x+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$

ب ـ حدد اتجاه تغير الدالة $f$ على $]0;+\infty[$ ثم استنتج أنه من أجل كل $x$ من $]0;+\infty[$ لدينا: $f(x)\leq 0$




2) إليك الشكل المقابل الذي يمثل المنحنى $(C_f)$ الممثل للدالة $f$ .

أ ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد: $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx$

ب ـ احسب $A$ مساحة الحيز المستوي الملون في الشكل .

III) نعرف المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0$ من $[1;2]$ و من أجل كل من : $u_{n+1}=1+\dfrac{\ln(u_n)}{\sqrt{u_n}}$

1) بين أنه من أجل كل $x$ من $[1;2]$ لدينا: $0\leq\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}\leq 1$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ لدينا: $1\leq u_n\leq 2$

3) حدد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم استنتج أنها متقاربة نحو نهاية حقيقية $l$ تحقق $f(l)=0$ .

انتهى الموضوع الثاني