التمرين الأول:(7نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_0 = 1$ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$

1. أ) حسب الحدود $_1$ ، u_2 و u_3 تعطى النتائج على الشكل 2^p حيث p عدد ناطق

ب) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \leq u_n \leq 2$

ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم برر تقاربها واحسب نهايتها

2. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $v_n = lnu_n - ln2$

أ) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

ب) اكتب كل من $_n$ ثمّ u_n بدلالة n

3. أ) احسب S_n بلالة n حيث $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$

ب) استنتج p_n بدلالة n حيث $p_n = \frac{_0}{2} \times \frac{u_1}{2} \times \ldots \times \frac{u_n}{2}$

التمرين الثاني:(13نقطة)

i. لتكن الدالة العددية g المعرّفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = xe^{-x}$. (حيث e هو أساس اللوغريتم النيبيري)

1) احسب النهايات $\lim_{x \to +\infty} g(x)$ ، $\lim_{x \to -\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغيرات الدالة g، شكل جدول تغيرات الدالة g

3) بين أنّ المعادلة $g(x) = \frac{-1}{2}$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$، ثم تحقق من أنّ $-0.36 < \alpha < -0.35$

4) استنتج إشارة $2xe^{-x} + 1$ حسب قيم العدد الحقيقي x

5) نقبل أنّ المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا β في $\mathbb{R}$ مع $-0.57 < \beta < -0.56$.

حدد إشارة $xe^{-x} + 1$

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على المجموعة $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = xe^{-x} + (xe^{-x})^2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) احسب النهايات: $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = (1 - x)(1 + 2xe^{-x})e^{-x}$ مستنتجا اتجاه تغيرات الدالة f

3) تحقق من أنّ: $f(\alpha) = \frac{-1}{4}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

4) ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة لمحور الفواصل

5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند مبدأ المعلم، ثم ادرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة للماس (T)

وماذا تستنتج ؟ (لاحظ أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $1 + xe^{-x} \leq x + 1 \leq e^{x}$)

6) أنشئ كل من (T) ، (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$