اختبار الثّلاثي الأوّل في مادّة الرّياضيات

المستوى: ثالثة تقني رياضي المدّة: ساعتان

التّمرين الأوّل: (12 نقطة)

I. لتكن g دالّة عدديّة مُعرّفة على $]-\infty,0[$ بـ $g(x)=x+1+\ln(-x)$.

1) أحسُب نهايات الدّالّة g بجوار أطراف مجموعة تعريفها.
2) أدرس اتجاه تغيُّر الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.
3) استنتج أنه من أجل كل x من $]-\infty,0[$ ، $g(x)\le 0$.

II. لتكن f دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ
$$\begin{cases} f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+1}}..............x\ge 0 \\ f(x)=x^2+2x\ln(-x)..................x<0 \end{cases}$$،

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أُحسُب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتائج.
2) أ) بين أنّ الدّالّة f مستمرة عند على 0 .
ب) أدرُس قابليّة اشتقاق الدّالّة f عند $x_0=0$. فسِّر هندسيّاً النّتيجة
3) أ) عين الدّالّة المشتقة للدّالّة f على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$.
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالّة f ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.
4) . بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها سالبة.
5) أرسم (C_f).
6) ناقش، بيانيّاً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $f(x)=m-2$.

التّمرين الثاني: (08 نقاط) اختياري

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ:
$$\begin{cases} u_0=1+\dfrac{1}{\sqrt[3]{e}} \\ u_{n+1}=1+\sqrt[3]{u_n-1} \end{cases}.$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $1<u_n<2$.
2) بين أن $u_{n+1}-u_n=\sqrt[3]{u_n-1}\left(1+\sqrt[3]{u_n-1}\right)\left(1-\sqrt[3]{u_n-1}\right)$ ثم أستنتج أن (u_n) متزايدة .
3) بين أن (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة .

4) نعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $v_n = \ln(u_n - 1)$

أ- بين أن هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول .

ب- عبر عن (v_n) بدلالة n ثم استنتج (u_n) بدلالة n .

ج- عين $\lim\limits_{x\to+\infty}(v_n)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}(u_n)$.

د- أحسب المجموع $S_n = v_0 + v_1 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + v_n$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}(S_n)$

ه- أحسب الجداء $P_n = (u_0 - 1) + (u_1 - 1) + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + (u_n - 1)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty}(P_n)$

التّمرين الثالث: (08 نقاط) اختياري

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 3^n على 5 .

2) استنتج بواقي القسمة الإقليدية للعددين $(1439)^{2018}$ و $(1962)^{1954}$ على 5.

3) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن العدد $(2018)^{4n+3} - 2\times(1962)^{1954} + (1439)^{2018}$ مضاعف لـ 5

4) عين الأعداد الطبيعية n حتي يقبل العدد $3^{4n+1} + 2017^n - 6$ القسمة على 5 .

أستاذ المادة:

زايدي علاء الدين