الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية: أفلح بن عبد الوهاب /تيارت/ السنة الدراسية: **2018 – 2017**

المستوى: الثالثة ثانوي الشعبة: تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : 03سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

نعرّف متتالية (u_n) على المجموعة N بـ: $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد n، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - n - \frac{3}{2}$.

❶ أ) احسب الحدين u_1 و u_2 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n).

ب) برهن أنه من أجل كل عدد n: $u_n = 2^{-n} - 2n + 1$

❷ (v_n) متتالية معرفة على N بـ: $v_n = u_n + \alpha n - 1$

أ) عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) متباعدة .

ب) بين أنه من أجل كل عدد n: $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n + \frac{1}{2}(\alpha - 2)(n+2)$

ج) استنتج قيمة العدد α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها q وحدّها الأول v_0 .

د) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

❸ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس نعتبر النقط A ; B ; C و G حيث: $2\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + \lambda\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ مع λ عدد حقيقي.

➢ عيّن λ حتى تكون النقطة G مرجحا للنقط A ; B و C المرفقة بالمعاملات S_0 ; S_1 و S_2 على الترتيب .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

لكل سؤال أربعة أجوبة مقترحة أحدها - فقط - صحيح يطلب تحديده مع التبرير.

❶ في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة: $x^2 + x + 3 \equiv 0\ [5]$

أ) لا تقبل حلولا في Z ب) حلولها زوجية ج) حلولها تحقق $x \equiv 2\ [5]$

د) حلولها تحقق $x \equiv 1\ [5]$ أو $x \equiv 3\ [5]$

❷ باقي القسمة الاقليدية للعدد 2018^{1439} على 3 هو:

أ) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

التمرين الثالث: (09 نقاط)

g دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

❶ ادرس إتجاه تغير الدالة g .

❷ احسب $g(1)$ ثم حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء II : f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x) = +\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

❷ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

❸ استنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❹ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثمّ ادرس وضعيتهما النسبية.

❺ بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

❻ ارسم كل من (Δ) و (C_f).

❼ ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $x^2 - mx - \ln x = 0$.

الجزء III : نعتبر الدالة h المعرفة على IR بـ: $h(x) = f(e^x)$.

❶ بين أنه من أجل كل x من IR لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$.

❷ استنتج جدول تغيرات الدالة h .

❸ نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة المعادلة التالية: $(\Gamma)\cdots$ $24x+34y=2$

أ) حلول المعادلة (Γ) من الشكل: $(x;y)=(34k-7;5-24k)$ حيث k عدد صحيح.

ب) حلول المعادلة (Γ) من الشكل: $(x;y)=(-7k;5k)$ حيث k عدد صحيح.

ج) حلول المعادلة (Γ) من الشكل: $(x;y)=(17k-7;5-12k)$ حيث k عدد صحيح.

د) المعادلة (Γ) لا تقبل حلولا في Z^2.

❹ N عدد طبيعي يكتب $\overline{421}$ في النظام ذي الأساس 5، يكتب N في النظام ذي الأساس 6 بالشكل:

أ) $\overline{214}$ ب) $\overline{303}$ ج) $\overline{111}$ د) $\overline{222}$

❺ من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $a=n(n+2)$ و $b=n+1$، بما أن $b^2-a=1$ فإن $p\gcd(a;b)$ هو:

أ) n ب) $n+1$ ج) 1 د) 2

التمرين الثالث: (09 نقاط)

الجزء I: g دالة معرفة على IR بـ: $g(x)=(3-2x)e^x+2$.

❶ احسب نهاية g عند $-\infty$ و فسر النتيجة هندسيا ثم احسب النهاية عند $+\infty$.

❷ ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

❸ اثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,68\prec\alpha\prec1,69$.

❹ حدد حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء II: f دالة معرفة على IR بـ: $f(x)=\dfrac{e^x+4x-1}{e^x+1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. (حيث: $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2\,cm$)

❶ اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{(e^x+1)^2}$.

❷ عين دون الحساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$، فسر النتيجة بيانيا.

❹ احسب نهاية f عند $+\infty$ و فسر النتيجة بيانيا ثم احسب نهاية f عند $-\infty$، شكل جدول تغيرات f.

❸ اثبت أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

❺ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=4x-1$ مقارب لـ (C_f) ثم ادرس الوضعية النسبية بينهما.

❻ اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

❼ ارسم (Δ) و (T) و (C_f).

❽ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $me^x-4x+m+2=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0=9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n=u_n+6$

❶ أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) اكتب v_n بدلالة n، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$.

احسب S_n بدلالة n، ثم إستنتج S'_n بدلالة n.

❷ نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n=\ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

أ) بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب بدلالة n المجموع: $S''_n=w_0+w_1+...+w_n$، إستنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}S''_n$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

❶ أ) ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 5^n على 7.

ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=1+5+5^2+\cdots+5^n$.

ج) استنتج باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين S_{1439} و S_{1440}.

❷ حل في المجموعة $Z\times Z$ الجملة: $\begin{cases}25x-31y=7\\PGCD(x;y)=7\end{cases}$.

❸ نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة Z المعادلة (E) ذات المجهول: $3x(x+2)\equiv2[7]$.

أ) حل في المجموعة Z المعادلة (E).

ب) N عدد طبيعي يكتب $\overline{361}$ في النظام الذي أساسه α و باقي القسمة الإقليدية للعدد N على 7 هو 3.

ج) عين قيم العدد الطبيعي α و تحقق أن العدد 2017 قيمة ممكنة للعدد α.