

## الإختبار الثاني في مادة الرياضيات

### التمرين الأول:

### إختياري

- (1) أ- حل المعادلة التفاضلية  $2y' - y = 0$  .  
ب- عين الحل  $f$  الذي يحقق :  $f(2) = 1$
- (2)  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كمايلي:  $U_n = e^{\frac{n-2}{2}}$   
أ- برهن أن المتتالية  $(U_n)$  هندسية يطلب تعيين اساسها  $q$  و حدها الأول  $U_0$   
ب- أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_1 = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$  .
- (3)  $(V_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كمايلي:  $V_n = \ln(U_n)$  .  
أ- برهن أن المتتالية  $(V_n)$  حسابية يطلب تعيين حدها الأول  $V_0$  و اساسها  $r$  .  
ب- أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_2 = V_0 + V_1 + \dots + V_n$  .  
ج - عين قيمة العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $S_2 = \frac{3}{2}$  .
- (4) أحسب بدلالة  $n$  الجداء:  $P = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$

### التمرين الثاني:

### إختياري

- (1) أ- حل في مجموعة الأعداد الصحيحة  $Z$  المعادلة التالية:  $8x - 5y = 3 \dots (E)$   
ب)  $m$  عدد صحيح بحيث توجد ثنائية من الأعداد الصحيحة  $(p, q)$  تحقق:  $m = 8p + 1$  و  $m = 5q + 4$   
✓ أثبت أن الثنائية  $(p, q)$  حل للمعادلة  $(E)$  ثم استنتج أن  $m \equiv 9[40]$  .  
✓ عين أصغر عدد طبيعي  $m$  يحقق :  $m > 2000$  .
- (2) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $2^n$  على 7 ، استنتج باقي قسمة  $2^{2014}$  على 7
- (3)  $N$  عدد طبيعي يكتب في النظام العشري  $a00b$  (  $a$  و  $b$  عددان طبيعيين أصغر أو يساوي 9 مع  $a \neq 0$  )  
✓ تحقق أن :  $10^3 \equiv -1[7]$  .  
✓ استنتج الأعداد الطبيعية  $N$  بحيث :  $N \equiv 0[7]$

### التمرين الثالث:

### إختياري

- في دراسة خاصة بحالة سيارات مدنية ما تبين أن 12 % من السيارات ذات مكابح ضعيفة، من بين السيارات ذات المكابح الضعيفة هناك 20 % لها إضاءة ضعيفة.
- من بين السيارات ذات المكابح القوية هناك 8 % لها إضاءة ضعيفة و قصد سلامة الطرقات طلب من شرطة المرور تكثيف المراقبة ، نعتبر الحادثتين التالين:
- L: السيارات الموقوفة من قبل شرطة المرور لها إضاءة قوية.
- F: السيارة الموقوفة من قبل شرطة المرور لها مكابح قوية .
- 1- أحسب احتمال  $F$  ، احتمال  $\bar{L}$  علما أن  $\bar{F}$  محققة ، ثم احتمال  $\bar{L}$  علما أن  $F$  محققة

- 2- أ- أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل شرطة المرور لها مكابح ضعيفة و إضاءة ضعيفة أيضا.  
 ب- أحسب احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل الشرطة لها مكابح قوية و إضاءة ضعيفة.  
 ج- استنتج احتمال أن تكون السيارة الموقوفة من قبل الشرطة لها إضاءة ضعيفة.  
 3- علما أن سيارة ما روقبت و كانت لها إضاءة ضعيفة ، ما احتمال أن تكون لها مكابح ضعيفة أيضا.  
 4- أ- برهن أن احتمال توقيف سيارة في حالة جيدة ( مكابح قوية و إضاءة قوية ) هو 0,8096.  
 ب- إذا كانت شرطة المرور قد أوقفت 20 سيارة ، ما احتمال وجود سيارة واحدة ليست في حالة جيدة على الأقل.

## ملاحظة: اختر تمرينين من بين الثلاثة الاختياريين أما المسألة " إجبارية "

### مسألة:

#### الجزء الأول:

$g$  الدالة المعرفة على المجال  $]-\infty, 0[$  كما يلي:

$$g(x) = \frac{1}{2} + e^x(x - 1)$$

- 1) أدرس اتجاه تغيرات الدالة  $g$  . (يطلب حساب النهايتين عند حدود مجال التعريف).
- 2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  يحقق:  $-1,68 < \alpha < -1,67$
- 3) استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]-\infty, 0[$  .

#### الجزء الثاني:

$f$  الدالة المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  كما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{2}x + 2 + e^x(x - 2) : x \in ]-\infty, 0[$$

$$f(x) = \ln\left(\frac{2x+1}{x+1}\right) - x : x \in ]0, +\infty[$$

(C) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) أ- أثبت أن الدالة  $f$  مستمرة عند 0.  
 ب- أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$   
 ج - أحسب العدد المشتق للدالة  $f$  عند 0 من اليمين ومن اليسار ، فسر النتيجة هندسيا  
 د- أدرس تغيرات الدالة  $f$  ثم شكل جدول التغيرات.
- 2) بين أن المستقيمين :  $(\Delta_1): y = -x + \ln 2$  و  $(\Delta_2): y = \frac{1}{2}x + 2$  مقاربين للمنحنى (C) بجوار  $+\infty$  و  $-\infty$  على الترتيب.
- 3) أ- أثبت أن  $e^\alpha = \frac{-1}{2(\alpha-1)}$  ثم استنتج أن :  $f(\alpha) = \frac{1}{2}\left(\alpha + 3 + \frac{1}{\alpha-1}\right)$   
 ب- أعط حصرًا للعدد  $f(\alpha)$  بتقريب 0,01 .
- 4) أنشئ  $(\Delta_1)$  ،  $(\Delta_2)$  و المنحنى (C) .