

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الأولالتمرين الأول: (04 نقاط)

1. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; u; v)$

$$\checkmark \text{ حل في } \mathbb{C} \text{ المعادلة ذات المجهول } Z : Z^2 - 2Z + 4 = 0$$

2. لتكن النقط $A; B; C$ لواحقتها

$$\text{على الترتيب } Z_A = 2; Z_B = 1 + \sqrt{3}i; Z_C = 1 - \sqrt{3}i$$

أ/ اكتب كل من: $Z_A; Z_B; Z_C$ على الشكل الأسّي

ب/ بين أن النقط $A; B; C$ تنتمي لدائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3. انشئ النقط $A; B; C$ ثم عين طبيعة الرباعي $OBAC$. معللا اجابتك .

$$\text{ب/ بين أن : } \left(\frac{Z_C}{2}\right)^{1993} + \left(\frac{Z_B}{2}\right)^{2017} = 1$$

ج/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(Z_B)^n$ عدد حقيقي سالب

$$d / \text{ عين طولية وعمدة العدد المركب } L = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$$

\checkmark استنتج طبيعة المثلث ABC .

4. عين وانشئ مجموعة النقط التي تحقق: $(\bar{Z} - 1 + i\sqrt{3})(Z - 1 - i\sqrt{3}) = |Z_B|$

5. أ- عين العبارة المركبة للتحاكي (h) الذي مركزه A ونسبته 2

ب- أكتب العبارة المركبة للدوران (r) الذي مركزه A ويحول B إلى C

ج- استنتج مركز ونصف قطر الدائرة (Γ') صورة الدائرة (Γ) بالتحويل النقطي (s) حيث: $S = hor$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 3^n على 10

2. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(7^{1439} - 9^{2018} \times 1962)$ على 10

3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv (n-1)3^{2n+1} [10]$

4. عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون: $3n \times 9^n + 7^{2n+1} \equiv 0 [10]$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

- نعتبر النقط $A(-2; 0; 0); B(0; -2; 0); C(0; 0; -2)$ ولتكن النقطة: I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.
- بين أن النقط $A; B; C$ تعين مستويا نرمز له بالرمز (Q) .
 - بين أن للمستوي (Q) معادلة من الشكل: $x + y + z + 2 = 0$.
 - (P) المستوي الذي يشمل النقطة I ويعامد الشعاع \vec{AB} .
أ/ اكتب معادلة للمستوي (P) . ماذا يمثل المستوي (P) .
ب/ بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (D) . اكتب تمثيلا وسيطيا له.
 - أوجد المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) . ثم استنتج المسافة بين النقطة A والمستقيم (D) .

التمرين الرابع: (07ن)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x^2 - \ln x$

- ادرس اتجاه تغيرات الدالة g .
 - استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.
- II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 + \frac{1 + \ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.
- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول التغيرات.
- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
- تحقق أن المستقيم (Δ) يقطع المنحنى (C_f) في نقطة A يطلب تعيين إحداثياتها.
- حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0; +\infty[$.
- أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندها موازي للمستقيم (Δ)
يطلب كتابة معادلة (T)

7. برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,39 < \alpha < 0,40$.

8. ارسم (C_f) و (Δ) و (T) ($\|\vec{i}\| = 2cm; \|\vec{j}\| = 1cm$)

9. ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(m+1)x - 1 - \ln x = 0$

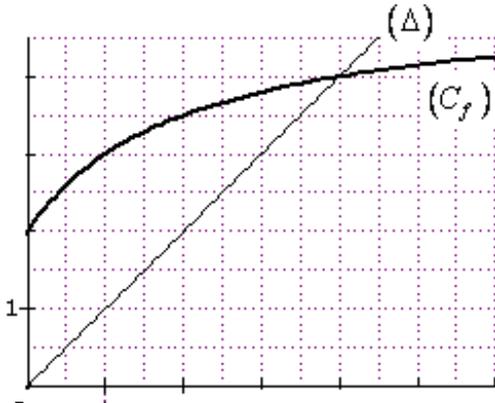
III. نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{1}{x}(1 + \ln x)$

- عين دالة أصلية للدالة h التي تنعدم عند 1.
- استنتج مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت (Δ) ، $x = e^{-1}$ ، $x = e$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس مثلثا المستقيم (Δ) و (C_f) معادلتيهما على الترتيب :



$$y = x \text{ و } y = \frac{5x + 4}{x + 2} \text{ على المجال } [0 ; +\infty[$$

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \text{ المتتالية المعرفة بـ: } (u_n)$$

(أ) انقل الشكل ثم مثل على محور الفواصل الحدود التالية : $u_2; u_1; u_0$ ، دون حسابها مبرزا خطوط الرسم .
 (ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

I- (u_n) المتتالية المعرفة بـ $u_0 = 0$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = \frac{5u_n + 4}{u_n + 2}$

1. احسب u_1 و u_2 .
2. أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $0 \leq u_n \leq 4$
3. برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة . ماذا تستنتج

II- (v_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \frac{u_n - 4}{u_n + 1}$

1. بين ان (v_n) متتالية هندسية ، ثم استنتج عبارة v_n بدلالة n .
2. اوجد عبارة u_n بدلالة n . ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1- z_1 و z_2 عددان مركبان ، *حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} ، الجملة التالية :

$$\begin{cases} z_1\sqrt{3} - z_2 = -2 \\ z_1 - z_2\sqrt{3} = -2i \end{cases}$$

2- نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد (O, i, j) ، النقطتين A و B ذات اللاحتين z_A و z_B على الترتيب

$$z_A = -\sqrt{3} + i \text{ و } z_B = -1 + i\sqrt{3} \text{ وليكن العدد المركب : } z_C = 1 - i$$

(أ) اكتب z_B و z_A على الشكل الأسّي

(ب) اكتب العدد المركب L على الشكل الجبري ثم على الشكل الاسي حيث: $L = z_A \cdot z_C$

✓ استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

✓ اوجد قيمة تقريبية لـ: $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

3- لتكن M نقطة لاحتها Z ./ عين طبيعة مجموعة (T) التي تحقق : $Z + \sqrt{3} - i = ke^{i\frac{2\pi}{3}}$

ب/ عين طبيعة المجموعة (Γ) التي تحقق: $Z + \sqrt{3} - i = 2e^{i\theta}$

(ج) استنتج نقطة تقاطع المجموعتين (T) و (Γ)



التمرين الثالث : (04 نقاط)

يحوي صندوق على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينها باللمس وتحمل كل واحدة منها عددا كما هو مبين في الشكل :

0	2	2	2
0	1	2	4

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

I. نعتبر الحدث A : "من بين الكرات الثلاث المسحوبة لا توجد اية كرة تحمل العدد 0"

الحدث B : " جداء الاعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8"

الحدث C : " من بين الكرات المسحوبة توجد على الاقل كرة تحمل الرقم 2"

✓ احسب كل من $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$

II. ليكن المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بجداء الاعداد التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة .

أ/ عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون الاحتمال في جدول .

ب/ احسب كل من الامل الرياضياتي والتباين للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j})

I. لتكن g دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $g(x) = (a - 2x)e^x + b$ ، a و b أعداد حقيقية ، (C_g) تمثيلها البياني

✓ عين العددان a و b حيث : $g(x)' - g(x) = -2e^x - 2$

و المنحني (C_g) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معامل توجيهه 1.

II. نعتبر الان الدالة g المعرفة على \mathbb{R} : $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

أ. أدرس تغيرات الدالة g

ب. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $\alpha \in]1.68, 1.69[$

ت. استنتج إشارة $g(x)$

ث. باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_g) ومحور الفواصل والمستقيمين ذوي المعادلتين

$x = \alpha$ و $x = 2$.

III. دالة عددية معرفة على \mathbb{R} كما يلي : $f(x) = 1 + \frac{4x-2}{e^{x+1}}$ ، (C_f) تمثيلها البياني .

1. أحسب $f'(x)$ ثم بين أن : $f'(x) = \frac{2g(x)}{(e^{x+1})^2}$

2. استنتج إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ بالشكل : $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{e^{x+1}}$

✓ استنتج أن (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلته .

✓ أدرس وضعية (C_f) و (Δ)

4. بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، عين حصر الـ $f(\alpha)$.

5. ارسم المنحني (C_f) .