الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية المسيلة

ثانوية الشهيد مرزوك دحمان - سيدي عامر- — إمتحان بكالوريا التعليم الثانوي - التجريبي-

الشعبة : تقني رياضي رياضيات — دورة : ماي 2018

إختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطتين $A(3;0;-2)$ و $B(3;3;1)$ والمستقيمين (Δ) الذي يشمل A و $\vec{u}(3;1;-1)$ شعاع توجيه له و **(d)** الذي يشمل B و $\vec{v}(0;2;2)$ شعاع توجيه له.

1/ تحقق ان المستقيم (Δ) هو تقاطع المستويين : $(P_1): x-2y+z-1=0$ و $(P_2): x-y+2z+1=0$.

2/ نعتبر المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء متساوية المسافة عن المستويين (P_1) و (P_2).

أ) بين ان النقطة $I(3;\alpha+2;\alpha)$ تنتمي إلى المجموعة (Γ) حيث α وسيط حقيقي.

ب) بين ان مجموعة النقط I ، لما تمسح α مجموعة الاعداد الحقيقية، هي المستقيم **(d)** .

ج) جد نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و **(d)** وبين أن النقطة A هي المسقط العمودي للنقطة B على (Δ) .

د) أكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة **(S)** التي مركزها النقطة B وتمس المستويين (P_1) و (P_2) في النقطتين C و D على الترتيب.

3/ أ) بين أن المجموعة (Γ) هي إتحاد مستويين (Q_1) و (Q_2) يطلب تعيين معادلة ديكارتية لكل منهما (حيث (Q_1) المستوي الذي يشمل المستقيم **(d)**) .

ب) تحقق أن المستويين (Q_1) و (Q_2) متعامدان .

ج) نسمي d_1 المسافة بين النقطة C والمستوي (Q_1) ، d_2 المسافة بين النقطة C والمستوي (Q_2).

• بين أن : $d_1=\frac{\sqrt{22}}{4}$ و $d_2=\frac{11\sqrt{2}}{4}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية غير المعدومة $\mathbb{N}^*$ بـ: $\begin{cases} u_1=e^2 \\ u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n} \end{cases}$

1/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n>\frac{1}{e}$.

2/ بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3/ استنتج أن (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

4/ نعتبر من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n=\frac{1}{2}+\ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

ج) أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n = \frac{1}{1+\ln u_1} + \frac{1}{1+\ln u_2} + \cdots + \frac{1}{1+\ln u_n}$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I 1/ اكتب على الشكل الجبري العدد المركب : $(\sqrt{3}-i)^2$.

2/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2-2+2i\sqrt{3})(z^2-8\sqrt{3}z+64)=0$.

(II المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=4\sqrt{3}-4i$، $z_B=4\sqrt{3}+4i$ ، $z_C=-\sqrt{3}+i$ و $z_D=2i$.

1/ اكتب على الشكل الاسي العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB.

2/ ليكن G مرجح الجملة $\{(O;-1),(D;1),(B;1)\}$ • تحقق أن G موجودة وأحسب لاحقتها z_G.

• عين المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MD}-\overrightarrow{MO}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MG}\right\|$.

3/ احسب العدد المركب $\frac{z_G-z_C}{z_D-z_C}$ ، ثم استنتج محول النقطة D الى النقطة G مع ذكر عناصره المميزة.

4/ عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z-z_G}{z-z_D}$ حقيقيا موجبا تماما.

5/ عين لاحقة النقطة F حتى يكون الرباعي ACGF معينا ثم أحسب مساحته .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

(I f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1/ أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2/ • بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة : $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

• حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ).

3/ بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.8<\alpha<1.9$.

4/ اكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطتي إنعطاف يطلب تعيينهما.

6/ أحسب $f(0)$ ثم ارسم المستقيمين (T) و (Δ) والمنحني (C_f) .

7/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x)=x+m$.

(II 1/ نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n=\int_0^1 x^ne^{-x+1}dx$. • بين أن الدالة G المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $G(x)=-(x+1)e^{-x+1}$ هي أصلية للدالة $x\longmapsto xe^{-x+1}$ وأحسب I_1

2/ باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $I_{n+1}=-1+(n+1)I_n$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n وأحسب I_2 ، استنتج مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=0$ و $x=1$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (05 نقاط)

1/ نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلتين : $2081x - 2018y = 1......(E)$ و $2081x - 2018y = 3......(E')$

أ) بين ان العددان 2018 و 2081 أوليان فيما بينهما .

ب) باستعمال خوارزمية إقليدس عين حلا خاصا للمعادلة (E) ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (E') .

ج) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E') .

2/ نرمز ب d الى القاسم المشترك الأكبر للعددين x و y .

أ) ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟

ب) عين حلول المعادلة (E') حتى يكون $d = 3$.

3/ A و B عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب في النظام الذي أساسه 5 على الشكل : $\overline{\alpha\beta0\alpha\alpha}^5$ ، $\overline{\alpha\beta\alpha\beta\beta}^5$

أ) بين أنه إذا كان : $B - A = 63$ فإن : $19\alpha + 6\beta = 63......(*)$.

ب) بين انه توجد ثنائية وحيدة $(\alpha;\beta)$ من $\mathbb{N}^2$ تحقق المعادلة (*) ثم استنتج كتابة A و B في النظام العشري

التمرين الثاني: (05 نقاط)

$P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كمايلي : $P(z) = z^3 + (2-\sqrt{3})z^2 + (3-2\sqrt{3})z + 6$.

1/ أ) احسب $P(-2)$ ثم عين العددان α و β حتى يكون : $P(z) = (z+2)(z^2 + \alpha z + \beta).........(*)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$ (نرمز لحلي المعادلة (*) ب z_1 و z_2 حيث $\mathrm{Im}(z_1) > 0$) .

2/ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المركب $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B وC ذات اللواحق على الترتيب $z_A = \frac{2}{\sqrt{3}}z_1$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -2$.

أ) اكتب كلا من الأعداد z_A،z_B و z_C .على الشكل الأسي ، ثم استنتج ان النقط A، B وC تنتمي الى دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتي يكون العدد $(\frac{z_A}{z_B})^n$ حقيقي.

ج) عين ثم أنشئ المجموعة (Δ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $\overline{z} = ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}$

3/ أ) عين الشكل الأسي للعدد : $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$.

ب) استنتج طبيعة التحويل r الذي يحول B إلى A ثم عين عناصره المميزة وكتابته المركبة.

ج) حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC.

د) عين قيم العدد الطبيعي n' حتي يكون العدد $L^{2018n'}$ تخيلي.

ه) عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع .

و) استنتج أن النقطتين B و D تنتميان إلى حامل (Δ) .

4/ ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 .

أ) عين الكتابة المركبة ل h.

ب) استنتج صورة لكل من من المستقيم (BD) والدائرة (C) بالتحاكي h.

ج) عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل $h \circ r$ (يطلب تعيين الكتابة المركبة) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات منها 05 كريات حمراء تحمل الارقام 2- ، 1- ، 0 ، 1 ، 2 ، و3 كريات خضراء تحمل الارقام 1- ، 0 ، 1 ، وكريتان سوداوان تحملان على الترتيب الرقين 1- ، 0 .

1/ نسحب عشوائيا وفي آن واحد ، كريتين من هذا الكيس ، نفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال السحب.

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة ممكنة بالعدد الحقيقي $\ln|x-y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X.

ب) أكتب قانون احتمال X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

2/ نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين على التوالى دون إرجاع .

أ) احسب عدد الحالات الممكنة للسحب.

ب) احسب $P(A)$ و $P(B)$ ، حيث الحدثان A و B معرفان كما يلي :

A : " الكريتان المسحوبتان لونيهما مختلفان".

B : "الكريتان المسحوبتان تحمل كل منهما عددا موجبا تماما" .

التمرين الرابع: (06 نقاط)

I) نعتبر الدالتين g و h والمعرفتين على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.

1/ أ) أحسب $g'(x)$ واستنتج اتجاه تغير الدالة g.

ب) استنتج أن : $g(x)\geqslant 0$ من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$.

ج) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x$.

د) بين أن من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $h(x)>0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$.

و ليكن (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1/ أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ثم فسر النتيجة الاولى هندسيا .

2/ أ) بين أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: بـ: $f'(x)=\dfrac{h(x)}{x}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,4;0,5[$.

3/ أ) أكتب معادلة (Δ) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

ب) تحقق أن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f(x)-x=(\ln x-1)g(x)$.

ج) استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ).

4/ ارسم (C_f) والمستقيم (Δ).

III) (U_n) المتتالية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب : $U_0=\sqrt{e}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$.

أ) برهن بالتراجع أنه اجل كل عدد طبيعي n : $1\leq U_n\leq e$.

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم برر تقاربها و عين نهايتها.

تمنياتنا لكم بالنجاح في بكالوريا -2018