الجمهورية الجزائرية الديّمقراطية الشّعبية

وزارة التّربية الوطنية

مديرية التّربية لولاية تبسة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي دورة (ماي 2018)

الشّعبة : تقني رياضي ثانوية : الشّهيد شريط لزهر الحمّامات

اختبار في مادة الرياضيات المدّة: 04 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التّمرين الأول: (04 نقاط)

صندوق يحتوي على 6 كرات . الكرات متماثلة و لا نفرّق بينها باللّمس، تحمل الأعداد $2,1,1,0,-1,-2$ نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كرات من الكيس .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

A " توجد على الأقل كرة تحمل الرقم 1 ".

B " مجموع الأعداد المكتوبة على الكرات المسحوبة معدوم ".

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الأرقام المحصل عليها .

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

التّمرين الثّاني: (04 نقاط)

في هذا التمرين سوف نقوم بتعيين الأعداد الصحيحة N التي تحقق الجملة (S) $\begin{cases} N \equiv 5[13] \\ N \equiv 1[17] \end{cases}$

1) تحقق أنّ العدد 239 حلٌ للجملة (S).

2) أثبت أن العدد N يكتب على الشكل $N = 1 + 17x = 5 + 13y$، حيث x و y عددان صحيحان نسبيان يحققان $17x - 13y = 4$.

3) حل في Z^2 المعادلة $17x - 13y = 4$، للمجهولين الصحيحين x و y.

4) استنتج أنه يوجد عدد صحيح k يحقق $N = 18 + 221k$ ، ثم استنتج حلول الجملة (S).

التّمرين الثّالث: (05 نقاط)

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغيّر المركّب z المعرّف بـ $P(z) = z^3 - (8+3i)z^2 + (25+24i)z - 75i$.

أ) أحسب $P(3i)$ ثُمّ حلّل $P(z)$ إلى جداء عاملين.

ب) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $P(z) = 0$.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. نعتبر النّقط A، B، C و D التي لواحقها على التّرتيب $z_A=-1+2i$ ، $z_B=4+3i$ ، $z_C=3i$ و $z_D=4-3i$.

أ) علّم النّقط A، B، C و D. ثم بين أن النقط تنتمي الى نفس الدائرة التي مركزها ω ذات اللاحقة $z_\omega=2$.

ب) أكتب على الشكل الأسي العددين $L_1=\dfrac{z_C-z_A}{z_D-z_A}$ و $L_2=\dfrac{z_C-z_B}{z_D-z_B}$ ثم استنتج طبيعة المثلثين ACD و BCD.

ج) عين قيمة العدد n حتى يكون $\left((L_1)^{2018}\right)^n$ حقيقي.

3) ليكن T الانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AD}$.

أ) أكتُب العبارة المركّبة للانسحاب T.

ب) أوجد z_E لاحقة النّقطة E صورة النّقطة C بالإنسحاب T، ثُمّ علّمها.

التّمرين الرّابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $g(x)=-x-1+e^x$.

1) أدرس تغيُّرات الدّالّة g، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) استنتج أنه من أجل كل x من $\left]0,+\infty\right[$ ، $g(x)>0$.

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة بـ
$$\begin{cases} f(x)=e^{-x}+\ln(x+1)..............x\geq 0 \\ f(x)=\dfrac{1}{x}e^{\frac{1}{x}}+1..................x<0 \end{cases}$$،

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أُحسُب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتيجة.

2) أ) بين أنّ الدّالّة f مستمرة عند 0.

ب) أدرُس قابليّة اشتقاق الدّالّة f عند $x_0=0$. فسِّر هندسيّاً النّتيجة.

3) أ) عين الدّالّة المشتقة للدّالّة f على $\left]-\infty,0\right[\cup\left]0,+\infty\right[$.

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالّة f ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

4) أرسم $\left(C_f\right)$.

5) لتكن H دالّة عدديّة مُعرّفة على $\left]0,+\infty\right[$ بـ $H(x)=-x-1-e^{-x}+(x+1)\ln(x+1)$ ، بين أن H دالة أصلية لـ f على المجال $\left]0,+\infty\right[$ ، ثم أحسب مساحة الحيزالمستوي المحصور بين $\left(C_f\right)$ و محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التّمرين الأول: (04 نقاط)

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العددين 3^n و 4^n على 7 .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : العدد $3(1954)^{6n+2}+6\times(1439)^{6n+4}+1$ مضاعف لـ 7.

3) أ) أحسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+........+u_n$. بحيث $u_n=2\times3^n+3\times4^n$

ب) عين الأعداد الطبيعية n حتى يقبل S_n القسمة على 7 .

4) نعتبر المجموع $S'_n=C_{n+1}^{2}3^2+C_{n+1}^{3}3^3+...........+C_{n+1}^{n+1}3^{n+1}$ ، بين أن $S'_n=4^{n+1}-3(n+1)-1$

التّمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. نعتبر النّقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1) أثبت أنّ النقط A ، B و C تعين مستويا وحيدا (ABC) .

2) ليكن (Δ) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي $t\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-7+2t\\y=-3t\\z=4+t\end{cases}$ (Δ).

بين أن المستقيم (Δ) يُعامد المستوي (ABC)، ثم أكتُب معادلة ديكارتيّة للمستوي (ABC).

3) نسمي H النقطة المشتركة بين (Δ) و (ABC).

بين أن H هي مرجح الجملة المثقلة $(A,-2);(B,-1);(C,2)$

4) نعتبر $(T_1),(T_2)$ مجموعتي النقط من الفضاء و التي تحقق :

$(T_1):(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ و $(T_2):\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

عين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$ ، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

التّمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1) المعادلة $z^3-2z^2+16=0$ للمتغيّر المركّب z حيث $z_0=-2$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S=\ -2,2+2i,2-2i$ ب) $S=\ -2,4+2i,4-2i$ ج) $S=\ 2,4+2i,4-2i$

2) نعتبر النقطتين A,B ذات اللواحق $z_A=2+2i$ و $z_B=2-2i$ على الترتيب فإن المثلث OAB:

أ)قائم في O ب) قائم في O و متساوي الساقين ج) متساوي الساقين .

3) نعتبر التحويل النقطي T المعرف بـ $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ ، طبيعة هذا التحويل .

أ)تشابه مباشر ب) تحاكي ج) دوران .

4) لدينا $z'=e^{i\frac{\pi}{3}}z$ حيث θ عمدة العدد المركب z ، الشكل الجبري للعدد z' هو :

أ) $z'=(\cos\frac{\pi}{3}.\cos\theta-\sin\frac{\pi}{3}.\sin\theta)+i(\cos\frac{\pi}{3}.\sin\theta+\sin\frac{\pi}{3}.\cos\theta)$ ب) $z'=(\cos\frac{\pi}{3})+i(\sin\frac{\pi}{3})$ ج) $z'=2+i$

5) (T) مجموعة النقط M من المستوي و التي تحقق : $\arg(z-z_A)=\arg(iz-z_B)$ هي :

أ)المستقيم (AB) ب) دائرة قطرها $[AB]$ ج) نصف دائرة قطرها $[AB']$ بإستثناء A,B' لاحقتها $-iz_B$

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن g الدالّة العدديّة المُعرّفة على المجال بـ: $]0,+\infty[$. $g(x) = x + 2 - 2\ln(x)$

1) أدرس تغيرات الدّالّة g ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) تحقق أن $g(2) > 0$ ثم استنتج أن $g(x) > 0$

II. لتكن f الدالّة العدديّة المُعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = x - \ln(x-1)^2$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أحسُب نهايات الدّالّة f بجوار أطراف مجموعة تعريفها. ثم فسر النتائج هندسيا .

2) أثبت أن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة f . شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أثبت أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f). ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

4) بين أن $f''(x) = \frac{2}{x^2}(\ln x - 2)$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعين احداثياتها .

5) أنشئ (C_f) و (Δ). ثم ناقش، بيانيًا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي x، حيثُ $\ln(x-1)^2 = -m$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

اساتذة المادة