

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 ن)

يحتوي صندوق على 4 كرات تحمل رقم  $a$  و 5 كرات تحمل الرقم  $(a-1)$  ،  $a \in \mathbb{R}$  .  
نسحب عشوائيا في آن واحد 3 كرات من الصندوق .  
(1) احسب احتمال الحوادث التالية:

A: سحب 3 كرات تحمل نفس العدد.

B: سحب كرتين بالظبط تحمل نفس العدد.

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي المرتبط بمجموع الاعداد المسجلة على الكرات المسحوبة لكل سحب.

أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  $X$  .

ب- حدد قانون الاحتمال  $X$  .

ج- أحسب الأمل الرياضي بدلالة  $a$  و حدد  $a$  من أجل  $E(x)=0$

التمرين الثاني: (4.5 ن)

$(U_n)$  متتالية معرفة بـ:  $U_0 = 0$  ،  $U_1 = 1$  ، و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+2} = 5U_{n+1} - 4U_n$  .

1- احسب  $U_2$  و  $U_3$  .

2- أ) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن:  $U_{n+1} = 4U_n + 1$

ب) تحقق أن:  $U_n$  عدد طبيعي ، ثم استنتج أن:  $U_n$  و  $U_{n+1}$  أوليان بينهما.

3-  $(V_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $V_n = U_n + \frac{1}{3}$  .

أ) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية ، عين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب  $V_n$  ثم  $U_n$  بدلالة  $n$  .

4- أ) احسب  $PGCD(4^6 - 1; 4^5 - 1)$  .

ب) عين من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $PGCD(4^{n+1} - 1; 4^n - 1)$

5- أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $4^n$  على 7 .

ب) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{3n}$  .

ج) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حيث العدد  $9S_n + 8n$  يقبل القسمة على 7 .

التمرين الثالث : (04.5 ن)

I. كثير حدود المتغير المركب  $Z$  حيث :  $p(z) = z^3 - 12z^2 + 48z - 72$

(1) عين العددين الحقيقيين  $\alpha$  و  $\beta$  حيث من أجل كل  $Z$  :  $p(z) = (z-6)(z^2 + \alpha z + \beta)$

(2) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $p(z) = 0$

II. في المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقط  $C; B; A$  ذات اللواحق

$$Z_C = \overline{Z_B}, \quad Z_B = 3 + i\sqrt{3}, \quad Z_A = 6$$

(أ) أكتب  $Z_C, Z_B, Z_A$  على الشكل الأسّي.

(ب) أكتب العدد  $\frac{Z_A - Z_B}{Z_A - Z_C}$  على الشكل الجبري ثم الشكل الأسّي ، استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .

III. ليكن  $(S)$  التشابه المباشر الذي مركزه  $C$  ونسبته  $\sqrt{3}$  وزاويته  $\frac{\pi}{2}$ .

(أ) أوجد الكتابة المركبة للتشابه المباشر  $(S)$ .

(ب) بين أن النقط  $A', B, A$  على استقامة علما أن  $A' = S(A)$ .

التمرين الرابع: (07 ن)

I. الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = 1 + x^2 + 2\ln(x)$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$

(2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل في المجال  $]0,52; 0,53[$  حلا وحيدا  $\alpha$ .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$

II. الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = -x + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

(2) (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$   $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(ب) تحقق أن :  $f(\alpha) = 2\left(\frac{1}{\alpha} - \alpha\right)$  ثم عين حصره.

(3) (أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) + x]$  ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) ادرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة الى مستقيمه المقارب المائل  $(\Delta)$ .

(ج) بين أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة ديكارتية له.

(4) نقبل أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتيها  $x_0, x_1$  حيث :

$$2,11 < x_1 < 2,13 \quad \text{و} \quad 0,22 < x_0 < 0,23$$

أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  ،  $(C_f)$

(5) احسب مساحة الحيز  $A$  المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و المستقيمت التي معادلتها  $y = -x$  ،  $x = 2$  ،  $x = 1$ .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 ن)

اخترت مجلة عشرة كتب مختلفة مثنى مثنى و مكونة من 4 كتب في الرواية ، 4 كتب في العلوم و كتابين في التاريخ .

و قررت اعداد لائحة تتضمن ترتيبا لعناوين ثلاث كتب من بين العشرة عن طريق القرعة لسحب ثلاث عناوين واحد تلو الاخر دون ارجاع .

(1) بين أن عدد اللوائح الممكنة هو 720.

(2) احسب احتمال الحادثتين

A : الحصول على لائحة يكون أولها عنوان كتاب التاريخ.

B : الحصول على لائحة تتضمن اي عنوان لكتب التاريخ.

(3)  $X$  المتغير العشوائي الذي يربط كل لائحة بعدد عناوين كتب التاريخ .

(أ) حدد قيم المتغير العشوائي  $X$  .

(ب) أعط قانون الاحتمال  $X$  ثم أحسب الأمل الرياضي  $E(x)$  .

التمرين الثاني: (04.5 ن)

(1) (أ)  $n$  عدد طبيعي ، عين قيم  $n$  حيث:  $2n+27 \equiv 0[n+1]$  .

(ب) عين الثنائيات الطبيعية  $(a;b)$  التي تحقق  $(b-a)(b+a)=24$  .

(2)  $\alpha$  و  $\beta$  عددان طبيعيين يكتبان في النظام ذو الأساس 5 كما يلي :  $\alpha = \overline{10141}^5$  ،  $\beta = \overline{3403}^5$  .

(أ) اكتب  $\alpha$  و  $\beta$  في النظام العشري .

(ب) عين الثنائيات  $(a;b)$  التي تحقق :  $\begin{cases} a^2 - b^2 = 24 \\ \alpha a - \beta b = 9 \end{cases}$

(3) اوجد  $PGCD(1434;2013)$  و  $PGCD(478;671)$  .

(4) حل في  $\mathbb{Z}$  المعادلة  $2013x - 1434y = 27$  .

التمرين الثالث: (04.5 ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  النقط  $A, B, C$  التي لواحقتها

على الترتيب :  $Z_A = -i$  ،  $Z_B = 2+3i$  ،  $Z_C = -4+i$  .

(1) (أ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب  $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$  .

(ب) عين طولية و عمدة العدد المركب  $\frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}$  ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

2) نعتبر التحويل النقطي  $(T)$  في المستوى الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحقة  $Z$  النقطة  $M'$  ذات

$$Z' = iZ - 1 - i \text{ حيث: } Z' \text{ اللاحقة}$$

أ) عين طبيعة التحويل  $T$  و عناصره المميزة.

ب) ماهي صورة النقطة  $B$  بالتحويل  $T$ .

3) لتكن  $D$  النقطة ذات اللاحقة  $Z_D = -6 + 2i$ .

أ) بين أن النقط  $A, B, C$  على استقامية.

ب) عين نسبة التحاكي  $h$  الذي مركزه  $A$  ويحول النقطة  $C$  الى النقطة  $D$ .

ج) عين العناصر المميزة للتشابه  $S$  الذي مركزه  $A$  ويحول  $B$  الى  $D$

التمرين الرابع: (07 ن)

I. لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$  و  $(C)$  تمثيلها البياني في

المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  [وحدة 3cm].

1. احسب النهايات للدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$ .

2. احسب  $f'(x)$  و  $f''(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f'$ .

3. بين ان المعادلة  $f'(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-1,3 < \alpha < -1,2$ .

4. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  و شكل جدول تغيراتها.

5. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  هو مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  عند  $+\infty$ ، ثم أدرس الوضع

النسبي بين  $(C)$  و  $(\Delta)$ .

6. انشئ المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C)$ .

II. نفرض المتتالية  $(U_n)$  المعرفة بـ  $U_0 = 0$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $U_{n+1} = f(U_n)$

1) أ- مثل على محور الفواصل  $U_0, U_1, U_2$ .

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية  $(U_n)$ .

2) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $-1 < U_n < 0$ .

3) بين أن  $(U_n)$  متتالية متناقصة و استنتج تقاربها.

4) برهن أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < U_{n+1} + 1 < \frac{3}{4}(U_n + 1)$ .

5) استنتج أن  $0 < U_n + 1 < \left(\frac{3}{4}\right)^n$ ، ماهي نهاية  $(U_n)$ ؟

بالتوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا مع دعوات استاذة المادة