الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية تيارت ثانوية شاذلي قادة فرندة

امتحان بكالوريا تجريبي دورة : مـاي 2018

الشعبة : تقني رياضي

اختبار في مادة : الرياضيات المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كمايلي : $u_0=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+\frac{1}{3}n+\frac{2}{3} .$$

1) أحسب u_1 ، u_2.

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على Nكمايلي : $v_n=u_n-\frac{2}{3}n$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

ب) احسب v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج)احسب المجموع $s_n=u_0+u_1+..........+u_n$ بدلالة n .

3) نعتبر في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ النقط A ، B و C التي احداثياتها عل الترتيب $(0;u_0)$ ، $(1;u_1)$ ، $(2;u_2)$ وليكن α و β عددان حقيقيان مفروضان حيث $2\alpha+\beta+1\neq 0$.

عين α و β بحيث يكون مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha),(B;\alpha+1),(C;\beta)\}$ ينطبق على النقطة O .

التمرين الثاني :

المستوي المركب منسوب الى المعلم التعامد والمتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ (وحدة الرسم : $4cm$)

نعتبر النقطة A ذات اللاحقة $z_A=i$ والنقطة Bذات اللاحقة $z_B=e^{-i\frac{5\pi}{6}}$.

1) r دوران مركزه النقطة O وقيس زاويته $\frac{2\pi}{3}$. نضع C النقطة صورة النقطة B بالدوران r

أ) عين الكتابة المركبة للدوران r .

ب) بين أن لاحقة النقطة C هي $z_C=e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

ت) أكتب z_B و z_C على الشكل الجبري .

ث) علم النقط A ، B و C .

2) نعتبر النقطة D مرجح الجمة المثقلة $\{(A;2);(B;-1);(C;2)\}$.

أ) عين لاحقة النقطة D ، علم النقطة D .
ب) بين أن النقط A ، B و C و D تنتمي الى دائرة واحدة .
3) نضع التحاكي h الذي مركزه النقطة A و نسبته 2 ، نضع النقطة E صورة النقطة D بالتحاكي h .
أ) عين الكتابة المركبة للتحاكي h .
ب) عين لاحقة النقطة E بالتحاكي h ، علم النقطة E .
4) أ) أكتب العدد المركب $\frac{z_D - z_C}{z_E - z_C}$ على الشكل الأسي
ب)استنتج طبيعة المثلث CDE .

التمرين الثالث :

مربيان للطيور النادرة يقومان بتربية طيور يظهر لونها بعد شهر من تفقيس بيضها.
- بالنسبة للمربي الأول، بين اليوم الأول والشهر، 20% من الطيور ماتت و 70% تصبح ملونة و 10% تبقى بيضاء.
- بالنسبة للمربي الثاني، بين اليوم الأول والشهر، 7% من الطيور ماتت و 80% تصبح ملونة و 13% تبقى بيضاء.

بائع طيور اشترى كتاكيت عمرها يوم واحد: 70% من المربي الأول و 30% من المربي الثاني.
1) يشتري طفل طائر من عند البائع يوم بعد وصولها إلى محل البائع، أي عمره يومان.
أ) انجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية
ب) بين أن احتمال أن يكون الطائر حيا بعد شهر هو 0.839 .
ج) عين احتمال أن يكون الطائر ملون بعد شهر.
د) علما أن الطائر بقي أبيض بعد شهر، ما احتمال أن يكون من عند المربي الأول؟
2) قرر بائع الطيور الاحتفاظ بالطيور حتى يظهر لونها أي بعد شهر، حتى يبيعها بلونها النهائي.
يربح $300DA$ عن كل طائر ملون و $50DA$ عن كل طائر أبيض و يخسر $10DA$ عن كل طائر مات. نسمي X المتغير العشوائي المساوي للربح الجبري لبائع الطيور عن كل طائر اشتراه.
عين قانون الاحتمال لـ X وأمله الرياضي.

التمرين الرابع :

1) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 1 + \left(x^2 + 2x - 1\right)e^{-x}$.
أ- أدرس النهايتين للدالة g عند $+\infty$ و عند $-\infty$
ب- أحسب $g'(x)$ ثم استنتج جدول تغيرات g
ج- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما معدوم و الآخر α حيث: $-2.4 < \alpha < -2.3$
د- استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

2) f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - \left(x^2 + 4x + 3\right)e^{-x}$.
(Cf) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$
أ) أحسب النهايتين للدالة f عند $+\infty$ و عند $-\infty$
ب) بين أن $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات f
ج) بين أن المستقيم (D) ذو معادلة $y = x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (Cf)
د) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (Cf) و المستقيم (D)

هـ) أنشئ (Cf) و (D) (نأخذ $f(\alpha)\approx 6.9$)

3) ليكن H الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $H(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

أ)عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c حتى تكون H دالة أصلية للدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$:

بـ $h(x)=(x^2+4x+3)e^{-x}$.

ب) عين مساحة، بوحدة المساحة، للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Cf) والمستقيم (D)

والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-3$ و $x=2$.

الموضوع الثاني

التمرين الاول :

نعتبر في الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط $A(2;1;0)$ ، $B(2;-1;-2)$ و $C(0;1;-2)$ والمستوي (P) ذو معادلة : $x+y-z-3=0$.

1) بين أن النقط A ، B و C تنتمي الى (P) .

2) نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق :

$x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

أ) بين أن (S) سطح كرة يطلب نعيين مركزها I ونصف قطرها R .

ب) بين أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة (γ) محيطة بالمثلث ABC

ت) بين أن المثلث ABC مثلث متقايس الاضلاع

3) (Δ) مستقيم يشمل النقطة I وعمودي على (P). عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ).

أ) عين احداثيات G نقطة تقاطع (Δ) و (P) .

ب) تحقق أن G مركز ثقل المثلث ABC ثم استنتج مركز الدائرة (γ) ونصف قطرها .

التمرين الثاني :

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس مباشر $(o;\vec{u};\vec{v})$.

1) علم النقط A ، B و C نقط لاحقتها على الترتيب $z_A=-2-3i$ ، $z_B=1-2i$ و $z_C=-3$.

2) $f(z)$ عدد مركب معرف بـ: $f(z)=\dfrac{z_C-z}{z_B-z}$ مع $z\neq z_B$ و $z\neq z_C$.

أ- أكتب $f(z_A)$ على الشكل الأسي.

ب- استنتج طبيعة وعناصر التحويل النقطي R الذي مركزه A و يحول B إلى C . ما هو نوع المثلث ABC

3) M نقطة لاحقتها z

أ- أعط تفسيراً هندسياً لطويلة وعمدة للعدد $f(z)$

ب- لتكن (Δ) مجموعة النقط M حيث : $|f(z)|=1$. تحقق أن A نقطة من (Δ) ثم عين و أنشئ المجموعة (Δ)

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M حيث : $\arg[f(z)]=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ مع عدد k صحيح

تحقق أن A نقطة من (Γ) ثم عين و أنشئ المجموعة (Γ)

5) عين و أنشئ المجموعة (D) مجموعة النقط M حيث : $\arg[f(z)]=\pi$.

التمرين الثالث :

1) نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x;y)$ التالية: $64x-48y=160.......(1)$ ، حل المعادلة (1)

2) أثبت أن 2017 عدد أولي.

3) N عدد طبيعي يكتب $\overline{3a3b}$ في النظام ذو الأساس 8 ويكتب $\overline{5b05}$ في النظام ذو الأساس 7.

عين a و b ثم أكتب N في النظام العشري

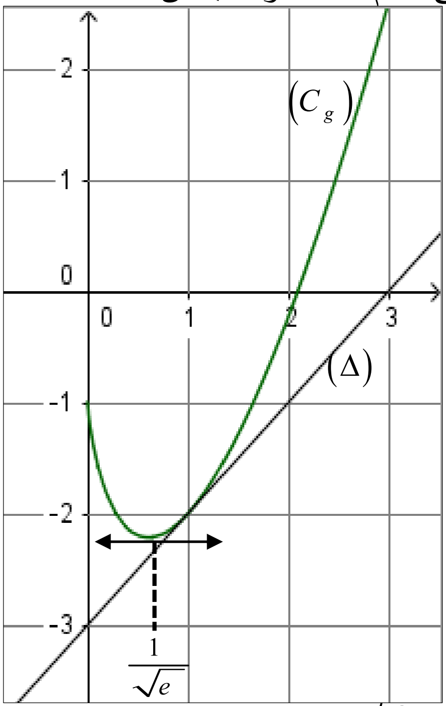
4) أ- أدرس، حسب قيم العدد الطبيعي n، بواقي قسمة 5^n على 13

ب- عين قيم العدد الطبيعي n، التي من أجلها يكون: $2014^{1436}+1435^n\equiv 0[13]$.

التمرين الرابع :

الجزء I : g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x\ln x-x-1$.

المنحنى (C_g) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.



المنحنى (C_g) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C_g) في النقطة التي فاصلتها $x=1$.

1) بقراءة بيانية:

أ) حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$; $g(1)$; $g'(1)$ ثم عين معادلة للمماس (Δ).

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) أ) علل وجود عدد حقيقي α حيث $2 \prec \alpha \prec 2,1$ و يحقق $g(\alpha)=0$.

ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء II : f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ:

$$f(x)=\begin{cases} x^2(\ln x-1)-x & x \succ 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بين أن الدالة f مستمرة عند الصفر من اليمين .

ب) بين أن: $\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x}=-1$ ، ماذا يمكن أن تستنتج؟

ج) أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين.

2) أ) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \succ 0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) بين أن: $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+\alpha}{2}\right)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

4) ليكن (D) المماس الذي معادلته $y=-x$.

أ) ادرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (D).

ب) انشئ (D) و (C_f). نأخذ $f(3,55)\approx 0$.

5) F دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\frac{x^3}{9}(3\ln x-4)$.

أ) احسب $F'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto f(x)+x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) A هي مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

بين أن: $A=\frac{e^3-4}{9}\ u.a$ بعد تمثيلها على الرسم. (يرمز $u.a$ إلى وحـــدة المساحة).