الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — مديرية التربية لولاية ميلة

الشعبة : تقني رياضي — دورة : ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة: 04 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول :(4 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب ، $z_A=2-2i$ ، $z_B=-z_A$ ، $z_C=z_Be^{i\frac{\pi}{2}}$ و $z_D=2-6i$.

1) أكتب كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، و بين أن $z_A{}^{2018}+z_C{}^{2018}=0$

2) أ) علم النقط A ، B ، C و D .

ب) بين أن النقطة D هي صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

ج) ما طبيعة الرباعي $ABCD$ ؟ مع التعليل .

3) α عدد حقيقي غير معدوم ، نسمي النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,1);(B,-1);(C,\alpha)\}$

أ) بين أن $\overrightarrow{CG_\alpha}=\frac{1}{\alpha}\overrightarrow{BA}$ ، استنتج طبيعة المجموعة (Δ) مجموعة النقط G_α عندما يمسح α مجموعة الأعداد الحقيقية الغير معدومة ، ثم أنشئ (Δ).

ب) عين قيمة α لكي تنطبق النقطة G_α على النقطة D .

4) أ) عين لاحقة النقطة G_2 مرجح الجملة المثقلة $\{(A,1);(B,-1);(C,2)\}$.

ب) حدد طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث $\left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=4\sqrt{2}$ وعناصرها المميزة و أنشئها.

التمرين الثاني:(5 نقاط)

نعتبر المعادلة (1) ذات المجهول $(x;y)$: $2688x+3024y=-3360......(1)$ حيث x و y عددان صحيحان .

1) أ) عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 2688 و 3024 .

ب) استنتج أن المعالة (1) تكافئ المعادلة $8x+9y=-10......(2)$

2) حل المعادلة (2) اذا علمت أن الثنائية $(1,-2)$ حلا خاصا لها

3) عين الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة (2) بحيث $x^2\equiv y+3[5]$

4) في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A(2,-2,0)$ ، $B(0,1,4)$ و $C(1,0,3)$

ونعتبر المستوي (P_1) المعرف بالمعادلة $3x-y+5z=0$

أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (P_2) حيث $x+2y-z+2=0$ معادلة ديكارتية له .

ب) اثبت أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعان .

ج) ليكن (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (P_1) و (P_2)

أثبت أن إحداثيات نقط المستقيم (Δ) تحقق المعادلة (2).

التمرين الثالث : (4 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كمايلي: $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+3n-1$

1) أ) أحسب u_1 ، u_2 و u_3

ب) بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 3$: $u_n \succ 0$.

ج) أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 4$: $u_n \succ 3n-4$ ، ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n).

2) نعرف المتتالية (v_n) من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n=u_n-9n+30$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول v_0

ب)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=27\left(\frac{2}{3}\right)^n+9n-30$

3) أ) أحسب بدلالة n الجداء، $\tau_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times ......\times e^{v_n}$

ب) احسب بدلالة n المجموع $S_n=u_0+u_1+.....+u_n$

التمرين الرابع :(7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ ، و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. (لاحظ أن $f(x)=x+1+\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)$)

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{x^2+3x+3}{(x+1)(x+2)}$

ب) أستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=1$ ثم أستنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب كتابة معادلة له.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.5\prec\alpha\prec 0$

5) أرسم (Δ) و (C_f).

6) أ) λ عدد حقيقي ، بين أن الدالة $x\mapsto(x-\lambda)\ln(x-\lambda)-x$ هي دالة أصلية للدالة $x\mapsto\ln(x-\lambda)$ على المجال $]\lambda,+\infty[$

ب) أحسب العدد $S=\int_0^1(x+1-f(x))dx$ ، وفسر بيانيا النتيجة.

7) لتكن الدالة العددية h المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كمايلي : $h(x)=[f(x)]^2$

أدرس تغيرات الدالة h ، ثم شكل جدول تغيراتها (دون تعيين عبارة $h(x)$)

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقط)

صندوق به ثلاث كرات خضراء تحمل الرقم 0، كرتان حمراوان تحملان الرقم 5 وكرة واحدة بيضاء تحمل العدد α
(α عدد طبيعي غير معدوم يختلف عن 5 و10) ، كل الكرات لا نميز بينها عند اللمس.
يسحب لاعب ثلاث كرات في آن واحد

I) احسب احتمال الحوادث التالية :

A " اللاعب يسحب ثلاث كرات من نفس اللون "

B " اللاعب يسحب ثلاث كرات من ألوان مختلفة "

C " اللاعب يسحب كرتين فقط من نفس اللون "

II) اللاعب يربح بالدينار مجموع الأرقام المسجلة على الكرات المسحوبة .

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب ثلاث كرات الربح بالدينار الذي يتحصل عليه اللاعب

1) عين قيم المتغير العشوائي، و بين أن $P(X=\alpha)=\dfrac{3}{20}$

2) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

3) أحسب بدلالة α الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي، وعين قيمة العدد α حتى يربح اللاعب 20 دينارا.

التمرين الثاني: (5 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $z^2-6z+13=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها $z_A=i$ ، $z_B=2$ ، $z_C=3+2i$ و $z_D=\overline{z_C}$ على الترتيب.

1) أ) علم النقط A ، B ، C و D .

ب) حدد الكتابة المركبة للتشابه المباشر الذي مركزه A ويحول B إلى C .

ج) بين أن $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}=-i$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

د) برهن أن النقطة B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC

2) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=(1+i)z+1$

أ) عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة ، ثم عين لاحقة صورة النقطة B بالتحويل S .

ب) عين (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $z=2+\sqrt{5}e^{i\theta}$ و θ يمسح $\mathbb{R}$.

ج) برهن أن $z'-z_C=(1+i)(z-z_B)$

د) استنتج انه اذا كانت M نقطة من المجموعة (E) فإن M' تنتمي إلى دائرة (H) يطلب تحديد مركزها ونصف قطرها ثم أنشئ كل من (E) و (H) في نفس المعلم السابق .

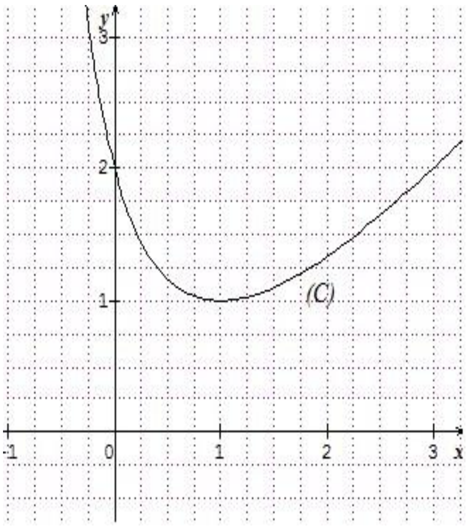
التمرين الثالث: (4 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2-x+2}{x+1}$ ، و (c) تمثيلها البياني المعطى في الشكل

1) أ) أدرس اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $]-1,+\infty[$

ب) أستنتج أنه إذا كان : $x\in[1,2]$ فإن $f(x)\in[1,2]$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$



- أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0، u_1 و u_2 مبرزا خطوط التمثيل، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغيرات (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n : $1\prec u_n\leq 2$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما .

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها.

4) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0\prec u_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{3}(u_n-1)$

ب) أستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0\prec u_n-1\leq\dfrac{1}{3^n}$

ج) نضع : $S_n=u_1+u_2+.......+u_n$

برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $n\prec S_n\leq n+\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right)$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) نعتبرالدالة العددية g المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-xe^{1-x}$

1) ادرس اتجاه تغيير الدالة g

2) أستنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+(x+1)e^{1-x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أ) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، وأحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

ب) بين أن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ج) استنتج أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها .

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $y=x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) (T) مستقيم معادلته $y=x+e$ ، بين أن المستقيم (T) مماس للمنحنى (C_f) في نقطة يطلب تحديدها .

4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-0.9\prec\alpha\prec-0.8$

ب) أحسب $f(-1.5)$ ثم أرسم (T)،(Δ) والمنحنى (C_f).

5) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $(x+1)e^{1-x}=|m|$.

انتهى الموضوع الثاني