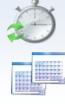


3

رياضيات + تقني ر

المدة: ساعتان
التاريخ: 2018/12/03

ثانوية أول نوفمبر 1954

الرياضيات

الاختبار الأول في مادة

التوقيت (30 دقيقة)

التمرين الأول:

05
نقاط

(ملاحظة : كل إجابة دون تبرير لا تأخذ بعين الاعتبار)

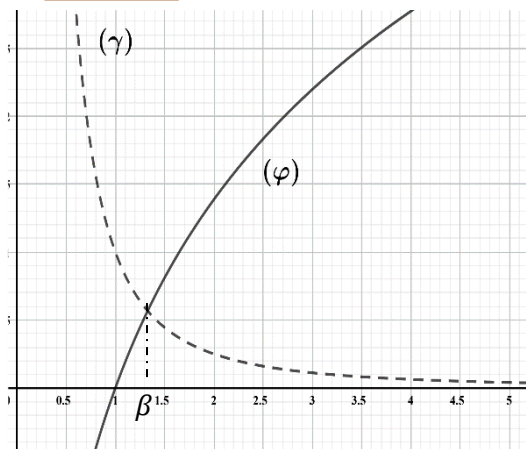
أجب بصحيح أو خطأ في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير

(1) من أجل كل عدد طبيعي n : 3 يقسم $2^{2n} - 1$ (2) باقي قسمة العدد 2018^{1439} على 7 هو 2(3) في نظام التعداد ذي الأساس 7 يكون $\overline{3421}^7 + \overline{1562}^7 = \overline{5413}^7$ (4) المعادلة : $21x + 14y = 40$ لا تقبل حلولاً في $\mathbb{Z}^2$ (5) في مجموعة الأعداد الصحيحة ، المعادلة : $x^2 - x + 6 \equiv 0[9]$ حلونها تحقق $x \equiv 4[9]$ أو $x \equiv 6[9]$

التوقيت (30 دقيقة)

التمرين الثاني

06
نقاطالمستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ f الدالة المعرفة على المجال $[0; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \sqrt{\frac{1+x^2}{2}}$ و ليكن (C_f) منحنيتها البياني (في الوثيقة المرفقة) .(1) أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; +\infty[$ (2) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على N : $u_0 = 3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$ أ. مثل (على الوثيقة المرفقة) الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل دون حساب الحدود .ب. أعط تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .ج. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.د. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماماً على N ثم استنتج أنها متقاربة معينة نهايتها(3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N : $v_n = u_n^2 - 1$ ،أ/ برهن أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، أحسب حدها الأول .ب/ أكتب v_n بدلالة n و u_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ من جديد(4) أحسب بدلالة n كلا من المجموع الآتية : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$ $L_n = \ln(v_0) + \ln(v_1) + \dots + \ln(v_n)$ $T_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + \dots + 2^nv_n$



الجزء الأول:

(γ) و (ϕ) التمثيلان البيانيان للدالتين $x \mapsto \frac{1}{x^2}$ و $x \mapsto 2\ln x$ على الترتيب في المعلم المتعامد ($O; \vec{i}; \vec{j}$) كما في الشكل المقابل:
 β هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (ϕ) حيث: $1.32 < \beta < 1.33$
 الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{x^2} - 2\ln x$
 أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (ϕ) على $]0; +\infty[$ ،
 ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$
 نسمي (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس ($O; \vec{i}; \vec{j}$).

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(2) أ/ أثبت أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(\frac{1}{x})}{x^2}$

ب/ عين دون حساب: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\beta h + 1}{\beta}) - f(\frac{1}{\beta})}{h}$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً.
 ج/ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) أ/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

(4) أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي (Δ)، يطلب كتابة معادلته.

ب/ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين x_1 و x_2 حيث $0.3 < x_1 < 0.4$ و $2.5 < x_2 < 2.6$.

ج/ أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C_f). (نأخذ $f(\frac{1}{\beta}) \simeq 2.15$)

(5) m عدد حقيقي، h'_m الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال: $]0; +\infty[$ بـ:

$$h_m(x) = (1 - m)x + 2\ln x + (\ln x)^2$$

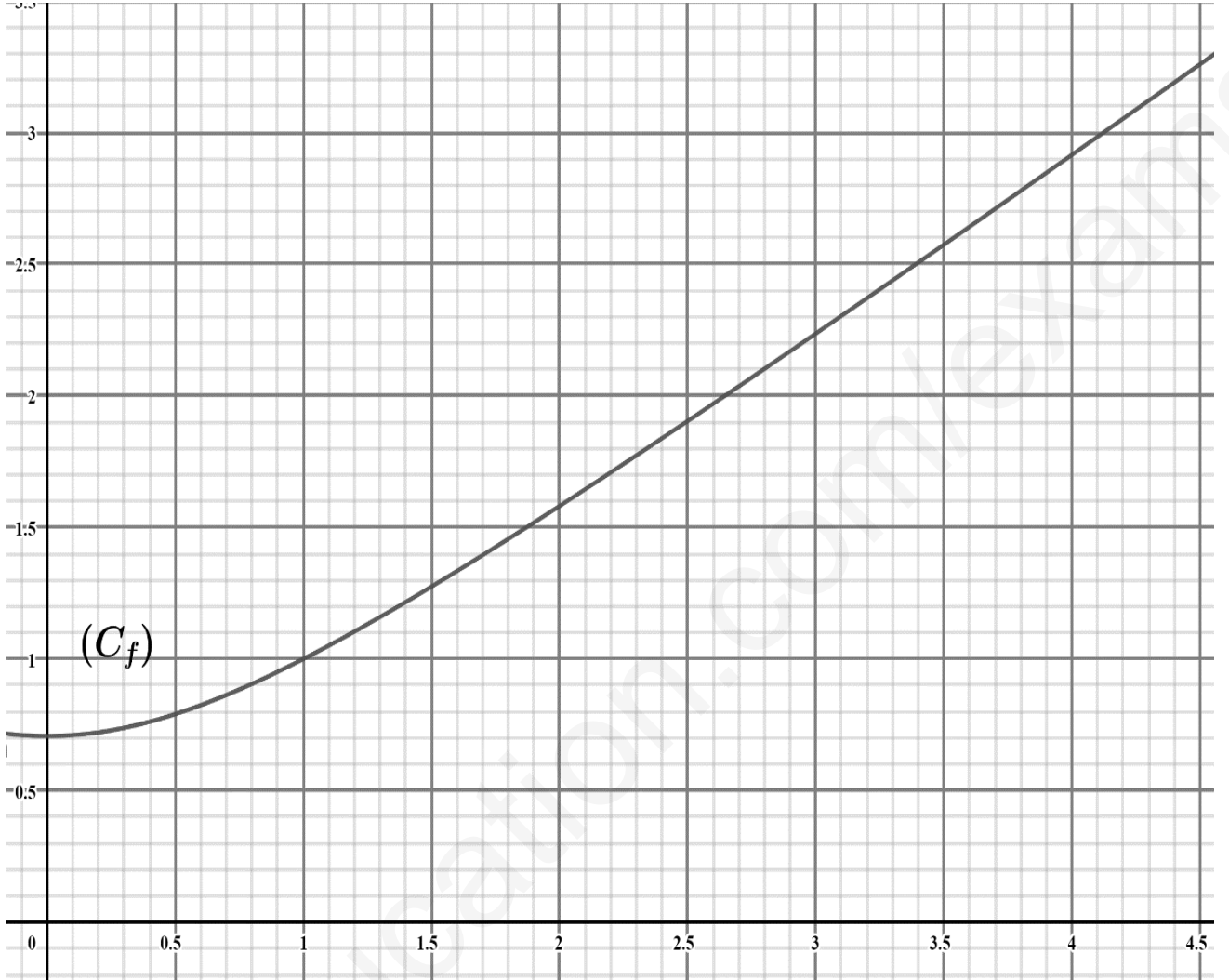
أ/ أحسب $h'_m(x)$ حيث h'_m هي الدالة المشتقة للدالة h_m

ب/ باستعمال المنحنى (C_f)، ناقش بياناً وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $h'_m(x) = 0$

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الاسم واللقب :

القسم :



*** انتهى ***

حكمة: تستطيع أن تنجح في حياتك ولو كان كل الناس يعتقدون أنك غير ناجح ولكنك لا تنجح أبدا
إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح.

الأستاذ: تونسي ن يمني لكم التوفيق والنجاح