

المدة : 4 ساعات

الشعبة : 3 تقني رياضي

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات**التمرين الأول : 04 نقاط**

المستوي المركب مزود بعلم متعمد و متجانس $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{0})$ حيث وحدة الطول هي 5cm.

$$Z_0 = 2 \quad \text{و من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ لدينا:} \quad Z_n = \frac{1+i}{2} Z_{n-1}$$

ولتكن النقطة M_n ذات اللامقة Z_n .

1) احسب M_4, M_3, M_2, M_1 ثم مثل النقط Z_4, Z_3, Z_2, Z_1 .

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $U_n = |Z_n|$.

$$U_n = 2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n \quad \text{بين ان المتالية } (U_n) \text{ هندسية و انه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ لدينا:}$$

3) عين قيمة العدد الطبيعي n_0 بحيث تنتهي النقطة M_{n_0} الى دائرة مرکزها O ونصف قطرها 0.5 .

$$\frac{Z_{n+1} - Z_n}{Z_{n+1}} = i \quad \text{4) بين انه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ لدينا:}$$

استنبع طبيعة المثلث $OM_n M_{n+1}$.

التمرين الثاني: 05 نقاط

يجتذب صندوق على 10 كريات منها خمس كرات يحمل رقم 4 ، 4 ، 4 ، -3 ، 1 و أربع كرات حمل رقم 1 ، 1 ، 1 ، 1 ، 3 و كرت سوداء يحمل الرقم -2 ، نسحب من الصندوق بطريقة عشوائية كرتين في آن واحد .

- 1) عين احتمال الحوادث التالية :
- A " الحصول على كرتين من نفس اللون "
 - B " الحصول على كرتين من لونين مختلفين "
 - C " الحصول على كرتين جداء رقميهما زوجي "

2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل السحبة الرقم المعرف كما يلي :

- إذا سحبنا كرتين تحملان نفس الرقم نرفق لها الرقم نفسه ، إذا سحبنا كرتين تحملان رقمين مختلفين نرفق لها العدد الأكبر .
- أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
- ب) احسب الأمل الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: ٤٠ نقاط

نعتبر في \mathbb{R}^2 المعادلة الآتية : (E)

١) أ - تتحقق أن الثنائية (2,4) من \mathbb{R}^2 حل للمعادلة (E).

ب- استنتج حلول المعادلة (E)

(2) ليكن n عدداً طبيعياً غير معروفاً ، نضع $a = 5n + 2$ و $b = 11n + 4$.

أ - عين القيم الممكنة للقاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب - عين الثنائيات (a,b) بحيث يكون $\text{PGCD}(a,b) = 2$.

ج - استنتاج الثنائيات (a,b) بحيث يكون العددان a و b أوليان فيما بينهما.

٣) أ- ادرس حسب قيم العدد الطبيعي غير المعروفاً n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 7^n على 10.

ب- استنتاج رقم آحاد العدد 7^{2014} .

ج - عين الثنائيات (x,y) من $N^* \times N^*$ التي هي حلول للمعادلة (E) و تتحقق $7^{y-2x} \equiv 9 \pmod{10}$.

التمرين الرابع: ٥٧ نقاط

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ

و (C_g) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (J, i, o) (الشكل أسفله).

١) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

٢) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلًا وحيداً α في المجال $[0,7;0,8]$ ، ثم استنتاج اشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كابلي:

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس (J, i, o) .

١) احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسياً.

- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

٢) تتحقق انه من أجل كل عدد حقيقي من المجال $[-1;+\infty[$. $f'(x) = g(x)$:

ثم استنتاج جدول تغيرات الدالة f .

٣) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

٤) اثبت ان: $f(\alpha) = 1 - \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$ ، استنتاج حسراً $f(\alpha)$. ثم انشئ (Δ) و (C_f) .

5) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و اشاره حلول المعادلة : $1+x\ln(1+x)-m=0$

III . دالة معرفة بـ : $h(x)=f(-|x|)$

و (C_h) تمثيلها البياني .

أ) بين أن الدالة h زوجية .

ب) ارسم (C_f) مستعينا بالمنحنى (C_h) .

