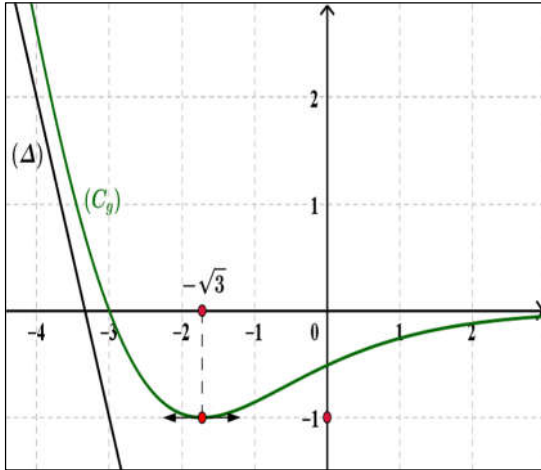


## الفرض الأول للملأب الأول

### التمرين الأول

نعتبر الدالة  $g$  المعرفة و القابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :



- المستقيم  $(\Delta)$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_g)$  بجوار  $-\infty$ .
- محور الفواصل مقارب لـ  $(C_g)$  بجوار  $+\infty$ .

1. بقراءة بيانية عين :

$$g'(-\sqrt{3}), g(-\sqrt{3}), g(-3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x}, \lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + 3x], \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x), \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$$

2. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة و القابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ،

$$(C_f) \text{ تمثيلها البياني حيث } f'(x) = g(x)$$

- عين إشارة  $f'(x)$ .

- برر وجود نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

### التمرين الثاني

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $f(x) = x + a + \frac{b}{2(x-1)^2}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

I. جد قيمة العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  اذا علمت أن المنحنى  $(C_f)$  يشمل النقطة  $A(0, \frac{11}{2})$  و يقبل عند النقطة ذات

الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4.

II. نضع فيما يلي :  $a=3$  و  $b=5$ .

1. أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادله له ، ثم أدرس وضعيته مع  $(C_f)$ .

3. ليكن جدول تغيرات الدالة  $f$  كما يلي :

• بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  في المجال  $]-3.5; -3[$  ثم أعط حصرا لـ  $\alpha$  سعته  $10^{-1}$ .

$x$	$-\infty$	1	2.7	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	
$f(x)$				↗

• استنتج إشارة  $f(x)$ .

4. أرسم  $(\Delta)$  ،  $(C_f)$ .

III.  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ :  $h(x) = [f(x)]^2$  و  $(C_h)$  تمثيلها البياني.

• أكتب  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$ .

• شكل جدول تغيرات الدالة  $h$ .

الأستاذ: فغول . ع

1. أ) حساب :  $g(-\sqrt{3}) = -1$  ،  $g'(-\sqrt{3}) = 0$  ،  $g(-3) = 0$

ب)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} = 0$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [g(x) + 3x] = -10$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$

ملاحظة : معادلة المستقيم  $(\Delta)$  :  $y = -3x - 10$

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f'(x) = g(x)$	+	0	-

• تعيين إشارة  $f'(x)$  :

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$+\infty$
$f''(x) = g'(x)$	-	0	+

• تبرير وجود نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$  :

## التمرین الثاني

I. إيجاد قيمة العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  :

المنحنى  $(C_f)$  يشمل النقطة  $A\left(0, \frac{11}{2}\right)$  معناه :  $f(0) = 0 + a + \frac{b}{2(0-1)^2} = \frac{11}{2}$  أي  $2a + b = 11$  (1)

يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4 معناه :  $f'(2) = -4$

نحسب  $f'(x) = 1 - \frac{b}{(x-1)^3}$  ومنه  $f'(2) = 1 - \frac{b}{(2-1)^3} = -4$  أي  $b = 5$  ، نعوض في المعادلة (1) نجد  $a = 3$

II

1. حساب النهايات :  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  ،  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

2. المستقيم  $(\Delta)$  :  $y = x + 3$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  لأن

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 3)] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} x + 3 + \frac{5}{2(x-1)^2} - x - 3 = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{5}{2(x-1)^2} = 0$$

دراسة وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  : ندرس إشارة الفرق  $f(x) - y = \frac{5}{2(x-1)^2} > 0$  ومنه من أجل كل  $x \neq 1$

المنحنى  $(C_f)$  فوق  $(\Delta)$ .

3. تبيان أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $\alpha$  : من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة  $f$  مستمرة ورتيبة على

المجال  $]-\infty; 1[$  فهي مستمرة ورتيبة على المجال  $]-3.5; -3[$  و  $f(-3.5) = -0.38$  ،  $f(-3) = 0.16$  أي

$f(-3.5) \times f(-3) < 0$  فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حل وحيد  $-3.5 < \alpha < -3$

يحقق  $f(\alpha) = 0$ .

ومنه  $-3.2 < \alpha < -3.1$ .

$x$	-3.5	-3.4	-3.3	-3.2	-3.1
$f(x)$	-0.38	-0.27	-0.16	-0.06	+0.05

• حصر  $\alpha$  :

$x$	$-\infty$	$\alpha$	1	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+	+

• استنتاج إشارة  $f(x)$  :

✍ كتابة  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  ثم استنتاج اتجاه تغير الرالة  $h$  :  $h'(x) = 2f'(x) \times f(x)$

✍ جدول تغيرات الرالة :

✍ دراسة إشارة المشتقة

$x$	$-\infty$	$\alpha$	1	2.7	$+\infty$	
$h'(x)$	-	0	+	-	0	+
$h(x)$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	

$\swarrow$   $\searrow$   $\swarrow$   $\searrow$   
 0  $(6.5)^2$

$x$	$-\infty$	$\alpha$	1	2.7	$+\infty$	
$f(x)$	-	0	+	+	+	
$f'(x)$	+	+	+	-	0	+
$h(x)$	-	0	+	-	0	+

•  $h(\alpha) = [f(\alpha)]^2 = 0^2 = 0$

•  $h(7.2) = [f(7.2)]^2 = (6.5)^2 \approx 42$

الرسم:

