

المدة : 01.30

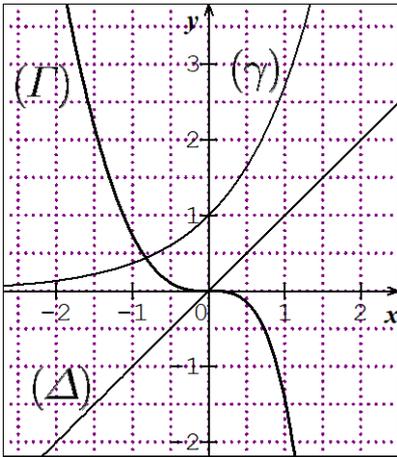
فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات

القسم : 3ت ق ر (هم + هك)

التمرين الأول :

جزء 01

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .  
 في الشكل المرفق،  $(\Gamma)$  المنحنى الممثل للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 2x(x+1-e^x)$ .  
 $(\Delta)$  المستقيم الذي معادلة له:  $y = x$  و  $(\gamma)$  المنحنى الممثل للدالة:  $x \mapsto e^x$

1/ برّر أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x: e^x - x > 0$ .ثم استنتج أن:  $1 - xe^{-x} > 0$ .2/ حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$ .

جزء 02 :

الدالة العددية  $f$  معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -1 + \frac{2}{1 - xe^{-x}}$ .  
 و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1/ أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النهايتين هندسيا.2/ أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f'(x) = \frac{2(1-x)}{e^x(1-xe^{-x})^2}$ .ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.3/ أ- أكتب معادلة لـ  $(T)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  ذات الفاصلة 0.ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:  $f(x) - (2x+1) = \frac{g(x)}{e^x - x}$ .ج- استنتج الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(T)$  على  $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثل النقطة  $A$  بالنسبة إلى  $(C_f)$ ؟4/ بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]-\infty; 1]$ ، ثم تحقق أن:  $-0,6 < \alpha < -0,5$ .5/ أنشئ المماس  $(T)$  والمستقيمين المقاربين ثم أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

التمرين الثاني :

الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]-1; +\infty[$  كما يأتي:  $f(x) = x - \frac{2}{\sqrt{x+1}}$ . $(C_f)$  منحنى الدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .1/ ادرس تغيرات الدالة  $f$ .2/ أ- بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما  $(D)$  معادلته:  $y = x$ .ب- ادرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C_f)$  و  $(D)$ .3/ أ- بين  $(C_f)$  أن يقطع حامل محور الفاصل في نقطة وحيدة فاصلته  $x_0$  بحيث:  $1.3 < x_0 < 1.4$ .ب- عين معادلة  $(\Delta)$  المماس للمنحنى  $(C_f)$  في نقطة تقاطعه مع حامل محور الترتيب.ج- أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  في نفس المعلم.

بالتوفيق والسداد

## تمرين للمنزل

- (I) الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = 1 + (1-x)e^x$
- (1) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .
  - (2) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على  $\mathbb{R}$ .
  - (3) تحقق أن:  $1, 2 < \alpha < 1, 3$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .
  - (4) تحقق أن:  $e^{-\alpha} = \alpha - 1$ .

- (II) الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = 1 + \frac{x}{e^x + 1}$
- و  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O, \vec{i}; \vec{j})$ .
- (1) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:  $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x + 1)^2}$

- (2) أدرس تغيرات الدالة  $f$ .
- (3) بين أن:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$ . ثم فسر هندسيا هذه النتيجة.
- (4) أدرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  الذي معادله له:  $y = x + 1$ .
- (5) بين أن:  $f(\alpha) = \alpha$  و  $f(-\alpha) = 0$ .
- (6) أكتب معادلة ديكارتية للمماس  $(T)$  في النقطة التي فاصلتها  $-\alpha$ .
- (7) أنشئ  $(C_f)$ ،  $(\Delta)$  و  $(T)$  في المعلم  $(O, \vec{i}; \vec{j})$ .
- (8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة  $f(x) = x + f(m)$ .

- الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $h(x) = 1 - \frac{xe^x}{e^x + 1}$ ،  $(C_h)$  تمثيلها البياني في المعلم السابق
- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$  فإن:  $h(x) = f(-x)$ .
- ثم استنتج كيفية إنشاء  $(C_h)$  انطلاقا من  $(C_f)$ .