الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان الثلاثي الثاني — يوم: 21 مارس 2022

الشعبة: علوم تجريبية + تقني رياضي — المستوى: السنة الثالثة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: ثلاث ساعات

التمرين الأول: 08 نقاط

الجزء الأول: نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(3-x)e^{x}+3$.

1. ادرس تغيرات الدالة g.
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $3{,}1<\alpha<3{,}2$، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=\dfrac{x^{3}}{e^{x}+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.
2. أ. بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$ فإن: $f'(x)=\dfrac{x^{2}g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
   ب. بين أن $f(\alpha)=\alpha^{2}(\alpha-3)$ ثم اعط حصرا لـ $f(\alpha)$.
3. أ. اكتب معادلة للمماس (Δ) لـ (C_f) في النقطة $O(0;0)$.
   ب. ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. ليكن (Γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto x^{3}$ في المستوي السابق.
   ✓ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)-x^{3}$ ثم فسر النتيجة هندسيا و ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Γ).
5. مثل بيانيا (C_h) ثم (C_f).
6. نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=-\dfrac{|x|^{3}}{e^{|x|}+1}$ و ليكن (C_h) تمثيلها البياني في المستوي السابق.
   أ. بين أن الدالة h دالة زوجية، ثم فسر النتيجة هندسيا.
   ب. احسب $h(x)+f(x)$ من أجل $x\in[0;+\infty[$، ثم استنتج طريقة لرسم (C_h) انطلاقا من (C_f) وارسمه.

التمرين الثاني: 05 نقاط

I. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=e$ و من أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{eu_n}{u_n+e}$.

في الوثيقة المرفقة (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{ex}{x+e}$ و (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ،u_1 ،u_2 ،u_3 و u_4 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

2. أ) تحقق أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = e - \dfrac{e^2}{u_n + e}$ ثم برهن بالتراجع أنه من أجل $n \in \mathbb{N}$: $u_n > 0$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على N ثم استنتج أنها متقاربة و احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \dfrac{e}{u_n}$.

1. بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
2. اكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n. ثم استنتج مرة أخرى $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.
3. احسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n = e^{v_0} + e^{v_1} + \dots\dots\dots + e^{v_n}$.

التمرين الثالث: 7 نقاط

الجزء الأول: الجدول المقابل يمثل جدول تغيرات الدالة g المعرفة على المجال $I =]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^3 - 1 - 3\ln(x)$.

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

✓ احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: الدالة f معرفة على المجال $I =]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = x + \dfrac{5 + 6\ln x}{4x^2}$، و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x \in I$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

2. بين أنه من أجل $x \in I$: $f''(x) = \dfrac{9\ln(x)}{x^4}$ ثم استنتج أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين احداثيتيها.

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).

ب) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) معادلة له $y = x + \dfrac{3}{4}e^{\frac{2}{3}}$.

4. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $0{,}4 < \alpha < 0{,}42$.

5. أ) أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم مثل بيانيا (C_f).

ب) عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها يكون للمعادلة $f(x) = x + \dfrac{3}{4}m$ حلان متمايزان.

6. أ) بين أن الدالة F المعرفة على المجال I بـ: $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - \dfrac{11 + 6\ln x}{4x}$ دالة أصلية للدالة f على I.

ب) احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$، $x = 2$ و $y = 0$.

الوثيقة المرفقة

الاسم:	اللقب: