

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المدة: ساعتان

المستوى: ثالثة "تقني رياضي، علوم تجريبية"

التمرين الأول

$$. \text{حيث } \alpha \text{ عدد حقيقي يختلف عن } 1 \left\{ \begin{array}{l} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{8u_n - 6}{u_n + 1} \end{array} \right. \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{N} \text{ كمايلي :}$$

(1) (أ) برهن أنه من أجل كل n من \mathbb{N} : $u_n \neq 1$.(ب) عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.(2) نفرض في كل مايلي $u_0 = 8$.

$$(أ) \text{ تحقق أن: } u_{n+1} = 8 - \frac{14}{u_n + 1} \text{ ثم برهن بالتراجع أن: } 6 \leq u_n \leq 8.$$

(ب) أثبت أن (u_n) متتالية متناقصة تماما.(ج) إستنتج أن (u_n) متتالية متقاربة نحو عدد l يحقق: $l^2 - 7l + 6 = 0$ ثم عيّن نهايتها.

$$(3) \text{ نعتبر الدالة } f \text{ المعرفة على } [1; 8] \text{ كمايلي : } f(x) = \frac{8x - 6}{x + 1}.$$

(أ) عيّن إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.(ب) أدرس الوضع النسبي بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = x$ ثم أنشئ تمثيلهما البيانيين فيمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.(ج) مثل على حامل محور الفواصل u_0, u_1, u_2 .

$$(د) \text{ برهن بالتراجع أنه من أجل } n \text{ من } \mathbb{N} : u_n = 1 - \frac{5}{\left(\frac{2}{7}\right)^{n+1} - 1}.$$

$$(4) \text{ نعرف المتتالية } (L_n) \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ ب: } L_n = \frac{u_n - 6}{u_n - 1}.$$

(أ) برهن أن (L_n) متتالية هندسية يطلب إعطاء عبارة حدها العام.

$$S_n = L_0 + L_1 + \dots + L_n \quad \text{(ب) أحسب بدلالة } n \text{ مايلي :}$$

$$S'_n = \frac{1}{u_0 - 1} + \frac{1}{u_1 - 1} + \dots + \frac{1}{u_n - 1}$$

$$P_n = L_0^{2022} \times L_1^{2022} \times \dots \times L_n^{2022}$$

