

1- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2; 2\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$

أ- بين أنه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل : $f(x) = 1 + \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x+2}$ حيث a, b اعداد حقيقية يطلب تعيينهما .

ب- استنتج مجموعة الدوال الأصلية للدالة f .

2- أنشر العبارة $(x-2)(y-3)$ ثم عين كل الثنائيات (x, y) من الاعداد الصحيحة التي تحقق : $xy = 3x + 2y$.

ب- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة الاقليدية للعدد 3^n على 10 .

ت- بين أنه من أجل كل عدد طبعي n : $9 \times 2022^{16n+2} - 2 \times 109^{8n+1} - 11 \equiv 0 [10]$

ث- عين الأعداد الطبيعية n حيث : $7 \times 3^{n+1} - 1 \equiv 0 [10]$ و $10 < n \leq 25$.

التمرين الثاني : (06 نقاط) نعتبر الدالة f المعرفة والمتزايدة تماما على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x}{x+1}$

ونسَمي (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

I. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{R} كما يلي : $u_0 = 1$ ، $u_{n+1} = \frac{3u_n}{u_n + 1}$

1 - على الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) (دون حسابها و موضحا خطوط الإنشاء) .

2 - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3 - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$.

4 - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها . ثم عين $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

II. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على n بـ : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

أ- اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . تحقق من نهاية المتتالية (u_n) .

ت- اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \frac{u_0}{u_0 - 2} + \frac{u_1}{u_1 - 2} + \dots + \frac{u_n}{u_n - 2}$

التمرين الثالث : (08 نقاط)

1. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln x + 1 - \frac{1}{x}$

1- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2- احسب $f(1)$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $]0; +\infty[$.

3- لتكن الدالة F المعرفة على $]0; +\infty[$ حيث: $F(x) = x \ln x - \ln x$

أ- بين أن F دالة أصلية لـ: f على المجال $]0; +\infty[$.

ب- استنتج أن دالة F متزايدة تماما على $]1; +\infty[$.

ت- بين ان المعادلة $F(x) = 1 - e^{-1}$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1.90; 1.96[$.

II. نعتبر الدالتين g و h المعرفتين على $]0; +\infty[$ حيث: $g(x) = \frac{1}{x}$ و $h(x) = \ln x + 1$

حيث (C_g) و (C_h) منحنيهما البياني في مستوى منسوب الى معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- استنتج الوضع النسبي لـ (C_h) بالنسبة لي (C_g) .

2- بين كيف يتم إنشاء (C_h) انطلاقا من لتمثيل البياني لدالة اللوغاريتم النبيري ثم أنشئ (C_g) و (C_h) .

3- نضع A مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين (C_h) , (C_g) و المستقيمين ذو المعادلتين $x = e^{-1}$, $x = 1$.

أ- عبر عن A بدلالة $f(x)$.

ب- بين أن $A = 1 - e^{-1}$.

انتهى الموضوع