

**التمرين الأول: (06 نقاط)**

1-  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = 0$  و  $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$ .

أ) بين من أجل كل عدد طبيعي  $n$  أن:  $u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n + 3}$  ، ثم برهن بالتراجع أن:  $-1 < u_n \leq 0$

ب) حدد اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  واستنتج أنها متقاربة.

2- نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب) احسب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

3- احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = u_0 \times v_0 + u_1 \times v_1 + u_2 \times v_2 + \dots + u_n \times v_n$ .

**التمرين الثاني: (06 نقاط)**

$f$  و  $g$  دالتان معرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$  و  $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$  ونعتبر  $I_1 = \int_0^1 f(x) dx$  و  $I_2 = \int_0^1 g(x) dx$

اختر الإجابة الوحيدة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث مع التعليل

1- أ)  $I_1 = \ln 2$  (ب)  $I_1 = \frac{1}{2} \ln 2$  (ج)  $I_1 = \ln 3$

2- أ)  $I_1 + I_2 = \int_0^1 x dx$  (ب)  $I_1 + I_2 = \frac{1}{2} \int_0^1 x dx$  (ج)  $I_1 + I_2 = 2 \int_0^1 x dx$

3- أ)  $I_2 = 1 - \ln 2$  (ب)  $I_2 = 1 - \frac{1}{2} \ln 2$  (ج)  $I_2 = \frac{1}{2} (1 - \ln 2)$

**التمرين الثالث: (8 نقاط)**

$f$  دالة معرفة على  $D = ]1, +\infty[$  بـ:  $f(x) = x + 1 + 2 \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(o; \vec{i}, \vec{j})$  (وحدة الطول 1cm)

1- أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  وفسر النتيجة هندسياً، ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ب) حدد اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $D$  ، واستنتج جدول تغيراتها.

2- أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  معادلته:  $y = x + 1$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  محددًا الوضع النسبي بينهما.

3- تحقق أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسًا  $(T)$  في النقطة فاصلتها 2 معادلته:  $y = 3 + \ln 4$

4- أشع  $(C_f)$  ،  $(\Delta)$  و  $(T)$

5-  $m$  وسيط حقيقي

أ) تحقق أن النقطة  $A(2; 3 + \ln 4)$  نقطة ثابتة من المستقيم معادلته:  $y = mx - 2m + 3 + \ln 4$

ب) ناقش بيانياً وحسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f(x) = mx - 2m + 3 + \ln 4$