

التمرين الأول (8ن):

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x) = \ln(1 + e^{-2x})$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بين أن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x) = -2x + \ln(1 + e^{2x})$ ثم احسب نهايتي f عند $-\infty$ وعند $+\infty$

(2) بين أن المنحني (C_f) يقبل مستقيمين مقارين يطلب كتابة معادلة لكل منهما .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(4) بين أن (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم ذا المعادلة : $y = -x$ يطلب كتابة معادلة له

(5) ارسم (T) و (C_f)

(6) a عدد حقيقي موجب تماما ، M و N نقطتان من (C_f) فاصلتهما على الترتيب a و $-a$ بين أن المستقيم (MN) له منحى ثابت يطلب تعيينه .

(7) أ- بين أنه لكل x من $[0; 1]$: $\ln(1 + e^{-2}) \leq \int_0^1 f(x) dx \leq \ln 2$

ب- استنتج حصرا مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمتين التي معادلاتها : $y = 0$ ، $x = 0$ ، $x = 1$ و

التمرين الثاني (6ن):

(1) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ $U_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{7U_n - 5}{U_n + 1}$

(1) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = 7 - \frac{12}{U_n + 1}$ ، ثم برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد

طبيعي n : $1 \leq U_n \leq 5$

(2) تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} - U_n = \frac{-U_n^2 + 6U_n - 5}{U_n + 1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (U_n)

حيث α عدد حقيقي

(II) (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{U_n - 5}{U_n - \alpha}$

(1) بين أن من أجل كل عدد طبيعي n : $V_{n+1} = \frac{2}{7 - \alpha} \times \frac{U_n - 5}{U_n - \left(\frac{5 + \alpha}{7 - \alpha}\right)}$

(2) عين قيمة α حتى تكون (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها

(3) نضع : $\alpha = 1$

أ) اكتب V_n بدلالة n .

ب) تحقق أن : $V_n = 1 - \frac{4}{U_n - 1}$.

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = \left(\frac{1}{U_0 - 1}\right)^2 + \left(\frac{1}{U_1 - 1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{U_n - 1}\right)^2$

التمرين الثالث (6 ن):

(1) n عدد صحيح يختلف عن 1 . نضع : $a = 3n + 5$ و $b = n - 1$.

أ) تحقق أن : $a = 3b + 8$.

ب) جد قيم العدد الصحيح n التي يكون من أجلها $\frac{a}{b}$ عددا صحيحا .

(2) نفرض أن n عدد طبيعي .

أ) نضع $PGCD(a; b) = d$

استنتج كل القيم الممكنة لـ $PGCD(a; b)$

ب) عين الثنائيات $(a; b)$ بحيث يكون $PGCD(a; b) = 8$.

ج) ناقش حسب قيم n القيم الممكنة لـ $PGCD(a; b)$.