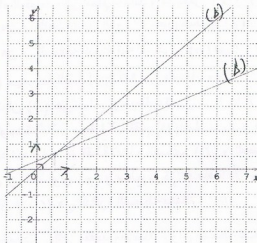


اجب عن احد الموضوعين الاتيين

الموضوع الاول

التمرين الاول (5نقطة)



المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(Δ') و (Δ) مستقيمين معادلتهما على الترتيب :

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3} \text{ و } y = x$$

1- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على N ب $U_0 = 6$

$$\text{ومن اجل كل عدد طبيعي : } U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + \frac{1}{3}$$

أ- انقل الشكل ثم مثل على محور القواصل الحدود :

u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها ميرزا خطوط الرسم

بد اعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

ج- عين نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (Δ')

2- أ- باستعمال الاستدلال بالترجع اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $U_n > \frac{2}{3}$

ب- استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n)

3- نحبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = U_n - \frac{2}{3}$

أ- بين ان المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب حساب اساسها وحذا الاول

ب- اكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ثم استنتج عبارة الحد العام U_n بدلالة n

ت- احسب المجموع S_n بدلالة n حيث : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$

استنتج المجموع S'_n بدلالة n حيث : $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

التمرين الثاني (5نقطة)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $z^2 - 6z + 13 = 0$

2- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط C, B, A التي صورها الأعداد

المركبة $z_C = 4i$ ، $z_B = 3 + 2i$ ، $z_A = 3 - 2i$ على الترتيب

أ- انشئ النقط C, B, A

ب - اثبت ان الرباعي $OABC$ متوازي اضلاع

ج - عين لاحقة النقطة Ω مركز متوازي الاضلاع $OABC$

3- عين و انشئ (E) مجموعة النقط M من المستوى والتي تحقق : $|\overline{MO} + \overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC}| = 12$

4- لتكن M نقطة من المستقيم (AB) . يرمز β الى الجزء التخيلي لللاحقة النقطة M

نسمي N صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ا- بين ان لاحقة النقطة N هي $\frac{5}{2}\beta + \frac{5}{2}i$

ب- كيف نختار β حتى تكون النقطة N تنتمي الى المستقيم (BC)

التمرين الثالث (4نقطة)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ نعتبر النقط : $A(1;0;0)$ ، $B(0;0;1)$ ، $C(1;-1;1)$

1- ا- برهن ان النقط A ، B و C تعين مستويا (p) .

ب- برهن ان المعادلة الديكارتيّة للمستوي (p) هي : $x + y + z - 1 = 0$

2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y)$ من الفضاء حيث : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$

ا- اثبت ان (S) هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها R

ب- اوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من I والعمودي على (p)

ج- حدد احداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (p)

د- بين ان المستوي (p) و سطح كرة (S) متقاطعان وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

هـ- تحقق ان (C) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

3- بين ان المثلث ABC متقايس الاضلاع وان مساحته تساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}$

التمرين الرابع (6نقطة)

الجزء الاول:

نعتبر الدالة العندية g للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = (x-1)e^x - 1$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا حقيقيا α حيث : $1.5 < \alpha < 2$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني:

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$

و (c_p) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) عين نهاية الدالة f عند $+\infty$ و اعط تفسيراً هئسيا لذلك ثم احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$

- بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (c_p) بجوار $-\infty$

2) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x) = \frac{-g(x)}{(e^x + 1)^2}$

- ادرس اشارة f' ثم شكل جدول تغيراتها

3) بين ان : $f(\alpha) = \alpha - 1$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

4) ادرس وضعية المنحنى (c_p) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

5) انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (c_p)

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقاط)

لكل سؤال أربع اجابات مقترحة اجابة منها واحدة صحيحة المطلوب حدد الاجابة الصحيحة مع التبرير

(1) z عدد مركب حيث $\frac{\pi}{6}$ عمدة له . عمدة العدد المركب $\frac{1}{z}$ هي :

- (أ) $-\frac{\pi}{6}$ (ب) $\frac{\pi}{6}$ (ج) $-\frac{5\pi}{6}$ (د) $\frac{5\pi}{6}$

(2) z عدد مركب حيث $z = -\sqrt{3} + e^{i\frac{\pi}{6}}$ الشكل الاسي للعدد z هي :

- (أ) $e^{i\frac{5\pi}{6}}$ (ب) $e^{i\frac{7\pi}{6}}$ (ج) $\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{6}}$ (د) $e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

(3) z و z' عدنان مركبان حيث $|z|=2$ و $z' = z - \frac{1}{z}$ لدينا :

- (أ) $|z'|=1$ (ب) $|z'|=\frac{1}{2}$ (ج) $|z'|=\frac{3}{2}$ (د) $|z'|=\frac{5}{2}$

(4) في المستوى المركب مجموعة النقط M ذات اللاحقة $z = x + iy$ التي تحقق $|z-1|=|z+i|$ هي المستقيم دي المعادلة

- (أ) $y = x - 1$ (ب) $y = -x$ (ج) $y = -x + 1$ (د) $y = x$

(5) ليكن n عددا طبيعيا z عدد مركب حيث $z = (1 + i\sqrt{3})^n$ العدد z حقيقي معناه n من الشكل :

- (أ) $3k+1$ (ب) $3k+2$ (ج) $3k$ (د) $6k$ ($k \in \mathbb{N}$)

التمرين الثاني (4 نقاط)

نعرف المتتاليتين (u_n) و (v_n) بـ : $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3}$ ، $v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3}$

(1) (t_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $t_n = u_n + v_n$

(أ) برهن أن المتتالية (t_n) ثابتة

(ب) اكتب v_n بدلالة u_n ثم استنتج كتابة u_{n+1} بدلالة u_n

(2) (w_n) المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي : $w_n = u_n - \frac{3}{2}$

(أ) برهن أن المتتالية (w_n) هندسية

(ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (w_n)

(ج) بين ان المتتاليتان (u_n) و (v_n) متجاورتان

التمرين الثالث (5 نقاط)

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط $A(-1; 2; -1)$ ، $B(\alpha; 4; 1)$ ، $C(0; -2; -1)$ حيث α عدد حقيقي

وليكن (P) و (Q) مستويين حيث : $(P) : -x + 4y + 3 = 0$ و $(Q) : 4x + y - z + 1 = 0$

(1) - أ) عين α حتى تكون B نقطة من (Q)

(2)- نفرض ان $\alpha = -1$

- ا- تحقق أن النقط A ، B و C ليست في استقامة

- ب- بين ان المستوي (ABC) هو المستوي (Q)

(3) برهن ان مستويان (P) و (Q) متعامدان

(4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع (P) و (Q)

(5) احسب بعد النقطة C عن المستقيم (Δ)

التمرين الرابع (6 نقاط)

الجزء الاول:

$g(x) = x - 1 + 2 \ln x$: كمالي: المجال $]0; +\infty[$

(1) - ادرس تغيرات الدالة g على المجال $]0; +\infty[$

(2) - احسب $g(1)$ واستنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$

الجزء الثاني:

$f(x) = x - 2 + (\ln x)^2 - \ln x$: كمالي: المجال $]0; +\infty[$

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; i; j)$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) بين ان المنحني (C) يقبل مستقيمين مقاربين احدهما مائل معادلته $(\Delta): y = x$

(3) اثبت انه لاجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

(4) ادرس اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(5) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)

(6) اثبت ان المنحني (C) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته

(7) اثبت ان المنحني (C) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاها α و β حيث : $\alpha < 1$ و $\frac{1}{e} < \beta < \frac{9}{2}$

(8) بين ان المنحني (C) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين احداثها

(9) لرسم (Δ) و المماس (T) و المنحني (C)

(10) ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(\ln x)^2 - \ln x + m - 2 = 0$

مع التوفيق