الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية المسيلة
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي | دورة : مــــاي 2014
الشعبة : علــــوم تجريبية
اختبار في مادة : الرياضيات | المدة: ثلاث ساعات ونصف ساعة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضـــوع الأول

التمرين الأول:

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $z^2+2\sqrt{3}z+4=0$.
2. نضع $a=2i$ ، $b=-\sqrt{3}+i$ ، $c=-\sqrt{3}-i$.
   - اكتب الأعداد a ، b و c على الشكل الأسي .
   - بين أن العدد b^{1431} تخيلي صرف.

نعتبر في المستوي المركب المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب الأعداد المركبة a ، b و c .

3. احسب قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$ ثم استنتج طبيعة المثلث OAB .
4. اثبت أن الرباعي $OABC$ معين يطلب حساب مساحته .
5. حدد زاوية الدوران R الذي مركزه النقطة B ويحول النقطة O إلى النقطة A.
6. اكتب الصيغة المركبة للتحاكي H الذي مركزه B ونسبته -3 .
7. أعط الصيغة المركبة للتحويل $S=R\circ H$ ، ثم حدد طبيعته وعناصره المميزة .

التمرين الثاني:

$(U_n)_{n\in N}$ متتالية هندسية حدودها موجبة معرفة على $\mathbf{N}$ بـ: $\ln U_1+\ln U_5=-12$ و $\ln U_2-\ln U_4=4$.

1. عين الأساس و الحد الأول U_0 لهذه المتتالية .
2. أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n .
3. أحسب المجموع S_n حيث : $S_n=U_0+U_1+\cdots+U_n$.
4. أحسب $\lim S_n$.
5. أحسب الجداء P_n حيث : $P_n=U_0\times U_1\times\cdots\times U_n$.

$(V_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة بـ : $V_n=\ln U_n+\ln U_{n+1}$.

1. بين أن (V_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول V_0.
2. احسب المجموع k_n حيث : $K_n=V_0+V_1+\cdots+V_n$.
3. عين العدد طبيعي n حتى يكون $k_n{}^2=2^{30}$.

التمرين الثالث:

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقط $A(0;1;1)$ ، $B(1;4;0)$ ، $C(1;0;1)$ و $D(1;3;3)$

1. بين أن النقط A ,B و C تعين مستويا .
2. جد العددين a و b حتى يكون $\vec{n}(1;a;b)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .
   - استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
3. نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي التالي : $t\in\Re$ $\begin{cases} x=t+1 \\ y=t-1 \\ z=4t-5 \end{cases}$.
   - تحقق ان النقطة D والمستقيم (Δ) تعين مستويا (P) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .
   - استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P) .
   - بين ان المستويين (P) و (ABC) متعامدان .
4. لتكن S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-6z+\dfrac{13}{2}=0$
   - بين أن S هي سطح كرة يطلب تعيين مركزها ω ونصف قطرها r .
   - بين ان المستوي (P) مماس لسطح الكرة S ثم حدد إحداثيات H نقطة التماس .

التمرين الرابع:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\Re$ بالعبارة : $f(x)=\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1. بيّن أنه من أجل كل x من $\Re$: $f(-x)+f(x)=2$ ، فسّر هذه النتيجة بيانيا .
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم استنتج أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما .
3. أحسب $f'(x)$ لكل x من $\Re$ ، شكل جدول تغيّرات الدّالة f .
4. جد معادلة ديكارتية للمماس (Δ) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0 .
5. لتكن الدّالة العددية u للمتغير الحقيقي x المعرّفة على $\Re$ بما يلي : $u(x)=f(x)-(x+1)$

أ- بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $u'(x)=-\left(\dfrac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$

ب- استنتج تغيّرات الدّالة u ، ثمّ حدّد إشارتها . (أحسب $u(0)$)

ج- استنتج مما سبق الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

6. أنشئ (C_f) و مقاربيه و المستقيم (Δ).
7. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $3e^x-me^x-m-1=0$.
8. نعتبر الدالتين العدديتين φ و ψ المعرّفتين على $\Re$ كمايلي : $\varphi(x)=\left|\dfrac{3e^x-1}{e^x+1}\right|$ و $\psi(x)=\dfrac{3e^{|x|}-1}{e^{|x|}+1}$

- أنشئ بياني الدالتين φ و ψ في نفس المعلم السّابق (دون دراسة φ و ψ - استعمل الألوان -)

الموضـــــوع الثاني

التمرين الأول:

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة : $(z-1+i)(z^2-2z+5)=0$.

نعتبر في المستوي المركب المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس المباشر $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ النقط $A(1;0)$ ، $B(1;2)$ و $C(1;-1)$.

2. جد احداثيي النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

3. T التحويل النقطي في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث : $\overrightarrow{MM'}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$.

- بين أن $\overrightarrow{GM'}=-2\overrightarrow{GM}$.
- استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة .
- اكتب العبارة المركبة للتحويل T .

4. A' ، B' و C' صور النقط A ، B و C على الترتيب بالتحويل T .

- بين ان النقط A' ، B' و C' في استقامية.

التمرين الثاني:

من اجل كل سؤال توجد إجابة واحدة صحيحة من الإجابات االمقترحة , حددها مع التبرير .

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.

نعتبر النقطتين $A(3;1;3)$ ، $C(-6;2;1)$ والمستوي (P) الذي معادلته : $x+2y+2z=5$.

1. مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $\left\|4\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=2$ هي :

أ) مستو في الفضاء ب) سطح كرة ج) مجموعة خالية

2. احداثيات النقطة H المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) هي :

أ) $(\frac{11}{3};\frac{1}{3};\frac{1}{3})$ ب) $(\frac{8}{3};\frac{1}{3};\frac{7}{3})$ ج) $(\frac{7}{3};-\frac{1}{3};\frac{5}{3})$

3. سطح الكرة التي مركزها النقطة B ونصف قطرها 1 :

أ) تقطع المستوي (P) وفق دائرة ب) تمس المستوي (P) في نقطة ج) لا تتقاطع مع المستوي (P) .

4. (D) المستقيم المار من النقطة A والشعاع $\vec{u}(1;2;-1)$ شعاع توجيه له و (D') المستقيم الذي تمثيله الوسيطي :

$$(D'):\begin{cases}x=3+2t\\ y=3+t \quad t\in\Re\\ z=t\end{cases}$$.

أ) (D) و (D') متوازيان ب) (D) و (D') متقاطعان ج) (D) و (D') ليسا من نفس المستوي

التمرين الثالث:

$(U_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $3U_{n+1} = 2U_n - 3$.

1. أحسب U_1 , U_2 .
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n \succ -3$.
3. بين أن $(U_n)_{n\in N}$ متزايدة .

نعتبر المتتالية $(V_n)_{n\in N}$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = U_n + 1$

4. بين ان المتتالية $(V_n)_{n\in N}$ هندسية متقاربة .
5. أكتب V_n ثم U_n بدلالة n .
6. هل $(U_n)_{n\in N}$ متقاربة ، ماهي نهايتها ؟

التمرين الرابع:

الجزء الأول :

g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $g(x) = 2 - x(1 + \ln 2 - \ln x))$.

1. احسب $g'(x)$ مشتقة الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.
2. عين حسب قيم x إشارة $g'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g (حساب النهايات غير مطلوب).
3. استنتج حسب قيم x إشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني :

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $f(x) = \begin{cases} 2 - x + x\ln x & x \succ 0 \\ 2 & x = 0 \end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ثم استنتج أن الدالة f مستمرة عند 0 من اليمين.
   - احسب $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(h) - 2}{h}$. ماذا تستنتج؟
2. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
   - احسب $f'(x)$ مشتقة الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم ادرس إشارتها .
   - استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.
3. عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2.
   - ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) .
4. أنشئ (C_f) و (Δ) .

الجزء الثالث :

h الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $h(x) = x^2 \ln x$.

احسب $h'(x)$ مشتقة الدالة h على المجال $]0;+\infty[$

استنتج دالة أصلية على المجال $]0;+\infty[$ للدالة $x \mapsto x\ln x + \dfrac{x}{2}$.