الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المدة: 3 ساعات ونصف | وزارة التربية الوطنية | دورة جوان2015

متقنة محمد: علوحي | شعبة علوم تجريبية

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

الموضوع الاختياري الأول

التمرين الأول (4ن) :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة في $\mathbb{N}$ بما يلي : $\left.\begin{array}{l} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n} \end{array}\right\}$ من أجل كل عدد طبيعي n.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بما يلي: $v_n = \ln u_n$.

1. أ- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
   ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
2. من أجل كل عدد طبيعي n , نضع: $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n$
   أ- أثبت أن $P_n = e^{S_n}$.
   ب- أكتب عبارة S_n بدلالة n ثم استنتج عبارة P_n بدلالة n .
   ت- عين نهاية المتتالية (S_n) ثم استنتج نهاية المتتالية (P_n) .

التمرين الثاني (3.5ن) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

ليكن t عدد حقيقي موجب .نعتبر G_t مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2),(C,t)\}$

1. برر وجود النقطة G_t من أجل كل عدد حقيقي t موجب .
2. لتكن H مرجح الجملة $\{(A,1),(B,2)\}$.عبر عن الشعاع $\overrightarrow{HG_t}$ بدلالة $\overrightarrow{HC}$.
3. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ ب: $f(t) = \frac{t}{t+3}$.
   - أدرس تغيرات الدالة f .
   - استنتج حصرا ل $f(t)$.
   - بين أن مجموعة النقط G_t لما تمسح t المجال $[0,+\infty[$ هي القطعة $[HC]$ ماعدا النقطة C .

التمرين الثالث (5ن) :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 + 2z + 2 = 0$.

2. نعتبر النقط A ، B، C ، D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=-1+i$ ، $z_B=-1-i$ ،
$z_C=2i$ ، $z_D=2-2i$

أ- علم النقط A ، B، C ، D

ب- أحسب $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}$ و $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلثين ACD و BCD.

ت- أثبت أن النقط A، B، C ، D تنتمي إلى الدائرة (C) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3. ليكن f التحويل النقطي للمستوي السابق الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'+\frac{1}{2}=e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z+\frac{1}{2}\right)$.

أ- جد طبيعة التحويل f محددا عناصره المميزة .

ب- لتكن النقطة H ذات اللاحقة $z_H=2$ ، عين بالحساب صورة النقطة H بالتحويل f .

ت- اشرح هندسيا كيفية إيجاد صورة النقطة H بالتحويل f .

<u>التمرين الرابع (7.5ن) :</u>

<u>الجزء الأول :</u> g هي الدالة المعرفة على $]-1,3]$ كما يلي: $g(x)=2\ln(x+1)-\frac{x}{x+1}$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول التغيرات .

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلان أحدهما معدوم و الآخر α يحقق $-0{,}8<\alpha<-0{,}7$

3) استنتج حسب قيم x ، إشارة الدالة $g(x)$.

<u>الجزء الثاني :</u> f هي الدالة المعرفة على $]-1,3]$ كما يلي : $\begin{cases} f(x)=\frac{x^2}{\ln(x+1)} , & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ، ثم أكتب معادلة ل (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

2- بين من أجل كل x من $]-1,0[\cup]0,3]$: $f'(x)=\frac{xg(x)}{[\ln(x+1)]^2}$ ثم أدرس تغيرات الدالة f .

3- بين أن $f(\alpha)=2\alpha(\alpha+1)$ ، ثم عين حصرا ل $f(\alpha)$.

4- h هي الدالة المعرفة على المجال $]-1,3]$ ب : $h(x)=x-\ln(x+1)$

- أدرس تغيرات الدالة h ، ثم استنتج اشارة $h(x)$ المجال $]-1,3]$

5- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى المماس (T) .

6- عين معادلة للمستقيم (T') الموازي ل (T) والذي يتقاطع مع (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 3.

7- أرسم (T') ، (T) ، (C_f)

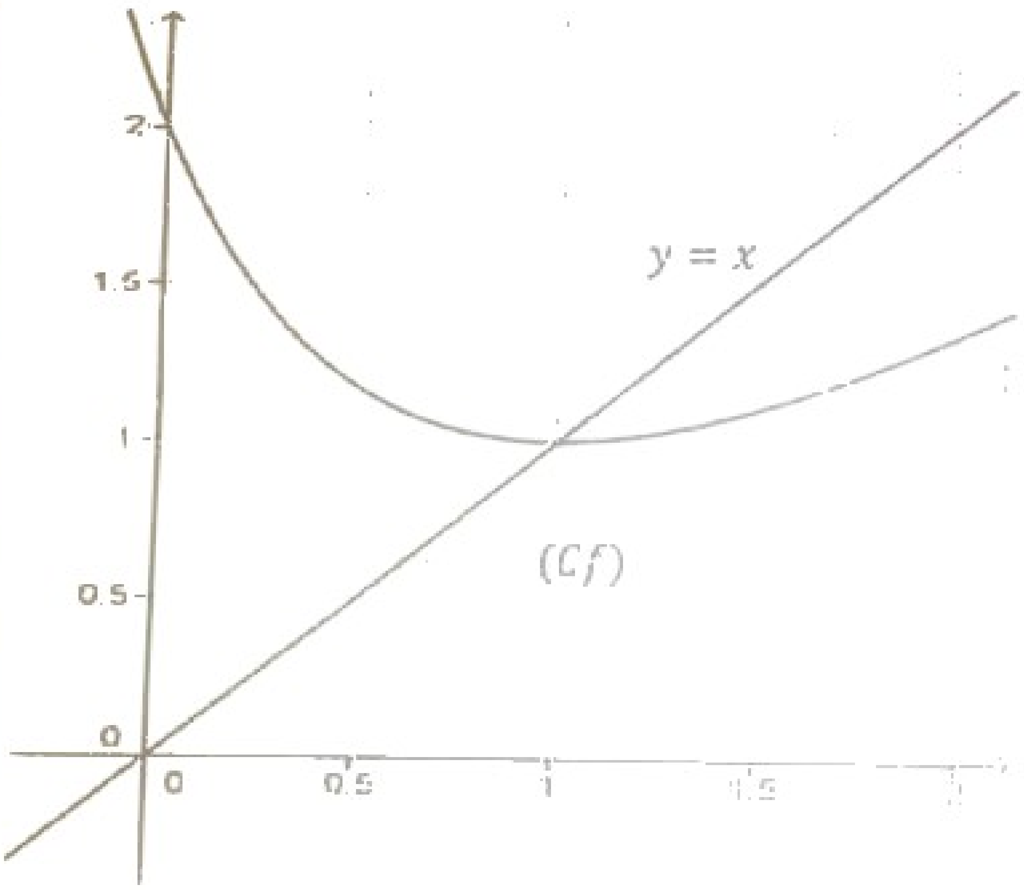
8- ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=x+m$

الموضوع الاختباري الثاني

التمرين الأول (4ن) :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;2]$ ب: $f(x)=\frac{x^2-x+2}{x+1}$.

1. أدرس اتجاه تغير الدالة f واستنتج انه إذا كان $x\in[1;2]$ فإن $f(x)\in[1;2]$.
2. نعرف المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.



3. أ- أنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ومثّل عليه الحدود: u_0 ، u_1، u_2.

ب- ما هو تخمينك حول تقارب واتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4. أ) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n :

$$1<u_n\leq 2$$

ب) بين أن (u_n) متناقصة .

ج) استنتج ان (u_n) متقاربة واحسب نهايتها

5. أ) بين انه من اجل عدد طبيعي n :

$$0<u_{n+1}-1\leq\frac{1}{3}(u_n-1)$$

ثم استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n :

$0<u_n-1\leq\left(\frac{1}{3}\right)^n$ و اوجد مرة اخرى $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني (3ن) :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(-3,0,-1)$، $B(1,5,-1)$ ، $C(-1,3,0)$ و (S) سطح الكرة التي مركزها $\omega(1,3,-\frac{1}{2})$ ونصف قطرها $R=\frac{9}{2}$.

1. عين (Q) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء بحيث : $BM=CM$.
2. عين (P) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء بحيث يكون الشعاعان $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{n}(5;-4;2)$ متعامدان .
3. بين ان (P) و (Q) متعامدان .

4. أحسب d بعد النقطة ω عن المستوي (P) .ثم استنتج ان (P) يقطع (S) وفق دائرة $(\mathcal{C})$.
5. اكتب تمثيل وسيطيا للمستقيم (Δ) المار من ω وعمودي على المستوي (P).
6. عين إحداثيات النقطة H مركز الدائرة$(\mathcal{C})$ و احسب r نصف القطر .

التمرين الثالث(04ن) :

المستوي المركب المنسوب المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقطتين A، Bالتي لاحقتيهما على الترتيب : $z_A = -\sqrt{3} + i$, $z_B = -1 + \sqrt{3}i$." وحدة الطول (1cm)"

1. أكتب z_A وz_B على الشكل الأسي ثم علم النقطتين A ، B .
2. أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي .
3. استنتج طبيعة المثلث OAB .
4. عين لاحقة C بحيث يكون الرباعي $ACBO$معينا .ثم علم النقطة C .
5. أحسب مساحة المثلث ABC .

ليكن S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z'حيث: $z' = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}z$.

1. عين طبعة التحويل S محددا عناصره المميزة .
2. ماهي لواحقA' ، B', C' صور النقط A ,B, C على الترتيب بالتحويل S .
3. ماهي مساحة المثلث $A'B'C'$.

التمرين الرابع (07ن) :

الجزء الأول:

لتكن g دالة معرفة على المجال $[0,+\infty[$ بالعبارة: $g(x) = x + 2 - e^x$
1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $[0,+\infty[$.
2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $1;14 < \alpha < 1;15$
3) استنتج حسب قيم x ، إشارة الدالة$g(x)$.

الجزء الثاني

نعتبر الدالة fمعرفة على المجال $[0,+\infty[$بالعبارة: $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$.

نسمي (C_f) التمثيل البياني للدلة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

" وحدة الطول (4cm)"

1. بين انه من أجل كل من$[0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$.
2. أ/ ادرس اتجاه تغير الدالة f ؛ثم شكل جدول تغيراتها .

ـ/ بين أنه من أجل كل من $[0,+\infty[$: $f(x) = \frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$

3. بين ان $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$ ؛ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$. (بقيمة مقربة إلى 10^{-2}).
4. اكتب معادلة (Δ) المماس للمنحنى (C_f)في النقطة ذات الفاصلة معدومة .
5. بين أنه من أجل كل من $[0,+\infty[$فإن : $f(x) - x = \frac{(x+1)K(x)}{xe^{x}+1}$ بحيث $K(x) = e^{x} - xe^{x} - 1$.
6. أ) ادرس تغيرات الدالة Kعلى المجال $[0,+\infty[$واستنتج اشارة $K(x)$.

ب)استنتج مما سبق وضعية (C_f)بالنسبة (Δ).

7. ارسم المنحنى (C_f)و المماس (Δ) .

<u>الجزء الثالث:</u>

- عين دالة أصلية F للدالة fعلى المجال $[0,+\infty[$.
- أحسب مساحة الحيز المحدودة بالمنحنى (C_f) و المماس (Δ) والمستقيمين $x = 0$; $x = 1$.

قال مؤيد الدين الأصبهاني :

لو كان نور العلم يدرك بالمنى ... ما كان يبقى في البرية جاهل

اجهد ولا تكسل ولا تك غافلا ... فندامة العقبى لمن يتكاسل

بالتوفيق للجميع في شهادة

البكالوريا من أستاذ المادة (ة)