الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ام البواقي — ثانوية احمد لخضر بوخروبة

الاختبار التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة علوم تجريبية	المدة 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول : (06نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. M,C,B,A نقط من المستوي لواحقها z,z_C,z_B,z_A على الترتيب .اختر الإجابة الصحيحة مع التعليل :

1/إذا كانت M تنتمي الى دائرة مركزها $W(0,-1)$ و نصف قطرها $\sqrt{3}$ فان :

أ/ $|z-i|=\sqrt{3}$ ب/ $|z+i|=3$ ج/ $|z+i|^2=3$

2/إذا كانت $z_A=2$ و $z_B=3-2i$ فان مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق : $|z-2|=|z-3+2i|$ هي :

أ/ محور القطعة $[AB]$ ب/ القطعة $[AB]$ ج/ دائرة قطرها $[AB]$

3/ إذا كان $\frac{z_A-z_B}{z_C-z_B}=e^{i\frac{\pi}{2}}$ فان :

أ/ المثلث ABC متساوي الضلعين ب/ المثلث ABC قائم و متساوي الساقين ج/ C,B,A في استقامية

4/ اذا كان $z_A=2i$, $z_B=1$ و $z_C=4-i$ فان العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي يحول A الى B و يحول B الى C هي :

أ/ $z'=(1+i)z+3-2i$ ب/ $z'=(1-i)z+3-2i$ ج/ $z'=(1+i)z-3+2i$

التمرين الثاني : (05نقاط)

الفضاء (E) منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ التي تحقق : $x^2+y^2+z^2+x-\frac{1}{4}=0$

1/ بين أن (S) سطح كرة يطلب تحديد مركزها W و نصف قطرها r .

2/ $A(2,3,-2)$ و $B(-1,0,1)$ نقطتان من الفضاء و H المسقط العمودي لـ W على المستقيم (AB) .

- أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).
- عين إحداثيات H .
- اثبت أن المستقيم (AB) مماس لسطح الكرة (s) .

3/نعتبر المستوي (P) الذي معادلته الديكارتية $2x-y+z+1=0$

أ – احسب d مسافة النقطة W عن المستوي (P).

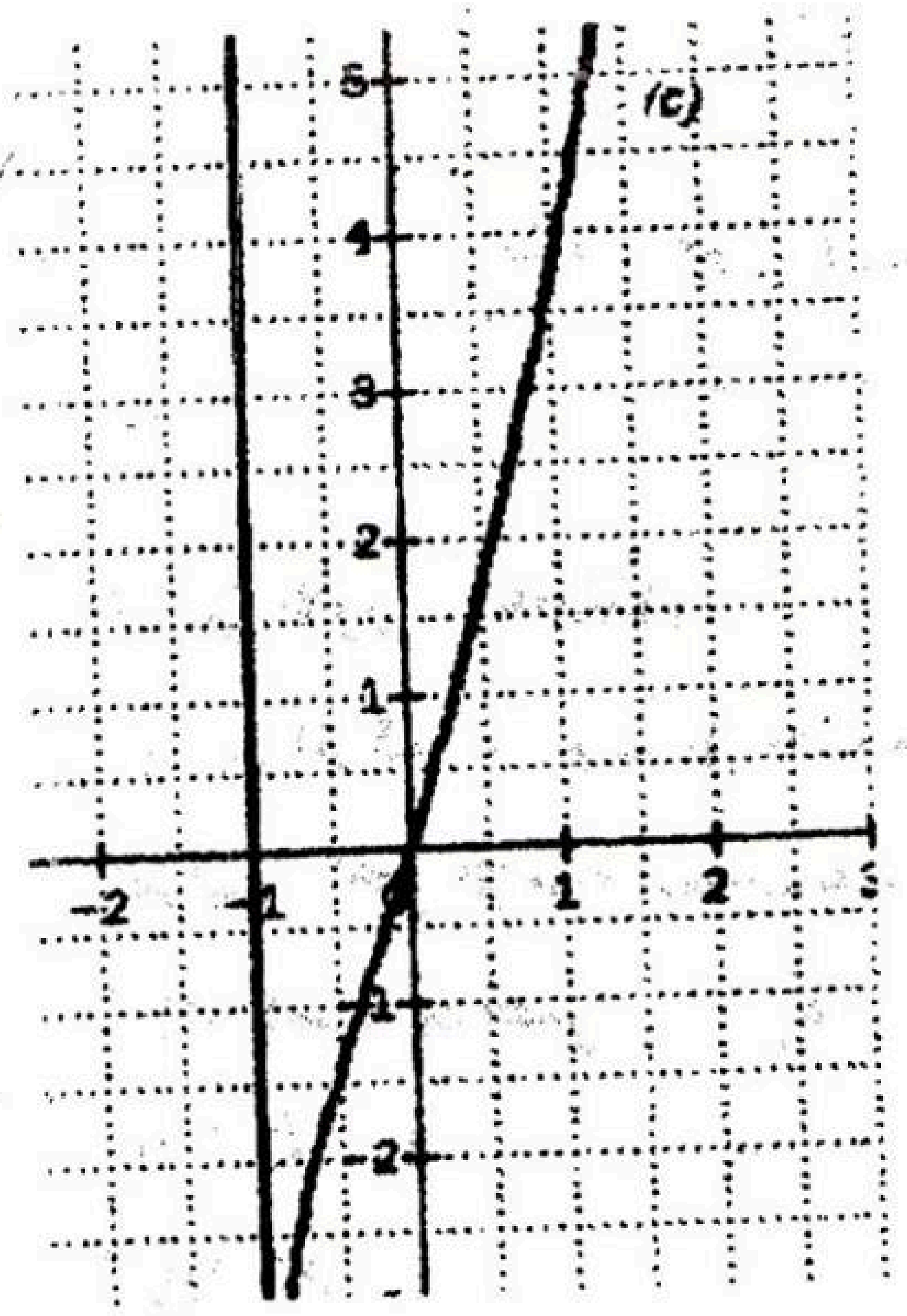
ب– استنتج تقاطع الكرة (s) و المستوي (P).

التمرين الثالث (9 نقاط)

الجزء الأول : لتكن g دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ :

$g(x)=x^2+2x+\alpha+1+\ln(x+1)$ حيث α عدد حقيقي ثابت

ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.



1/ باستعمال المنحنى (C) و بقراءة بيانية:

أ- شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $]-1,+\infty[$.

ب-حدد اشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$

ج- عين قيمة α ثم بين أن:

من أجل كل $x\in]-1,+\infty[$: $g(x)=(x+1)^2-1+\ln(x+1)$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ : $f(x)=x-\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}$ و

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1-أحسب $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ فسر بيانيا النتيجة .

2-أ- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب- بين أن المستقيم $(\Delta): y=x$ مستقيم مقارب لـ : (C_f)

ج-أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ).

3- تحقق أن من أجل كل $x\succ -1$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^2}$

4- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

5-بين أنه من أجل كل $x\in[0,4]$ فان $f(x)\in[0,4]$.

6-أرسم (Δ) و (C_f) .

الجزء الثالث :

(U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=4$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

1- *باستعمال المنحنى (C_f) مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لهذه المتتالية*

2-ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها .

3- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le U_n\le 4$

4-برهن أن (U_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

5- استنتج أن (U_n) متقاربة .

6- نضع $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=\ell$. أحسب ℓ .

الموضوع الثاني

*** التمرين الأول: (04 نقاط)**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

لتكن النقط $A(-1;1;-1)$ ، $B(3;4;0)$ ، $C(-5;1;1)$ ، $D(1;3;0)$.

1. بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC).
2. بين أن الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-2\\2\end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي (ABC).
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
4. تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستوي (ABC).
5. عين معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها $E(2;1;2)$ و المستوي (ABC) مماسا لها ، ثم أوجد إحداثيات نقطة التماس I.
6. عين إحداثيات النقطة F نظيرة النقطة E بالنسبة إلى المستوي (ABC).
7. عين معادلة المستوي (φ) الموازي للمستوي (ABC) و الذي يمس سطح الكرة (S) في نقطة I'.

*** التمرين الثاني: (04 نقاط)**

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس و المباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A=-1+2i$ ، $z_B=-3+3i$ ، $z_C=4i$.

1. أ- أكتب العدد المركب : $L=\dfrac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ على الشكل الجبري.
   ب- فسر هندسيا طويلة و عمدة للعدد L ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.
2. عين z_D لاحقة النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ مربعا.
3. ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه A ، زاويته $\dfrac{3\pi}{4}$ و نسبته $\sqrt{2}$
   - عين z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة C بالتشابه المباشر S.
4. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي المركب ذات اللاحقة z التي يكون من أجلها العدد المركب K حيث: $K=\dfrac{z-z_A}{z-z_C}$ تخيليا صرفا موجبا.
5. أوجد z_F لاحقة النقطة F حتى يكون المثلث ABF متساوي الساقين رأسه A و $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AF})=\dfrac{-\pi}{4}$.

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ كما يلي:

$$\begin{cases} U_0=0 \quad ; \quad U_1=1 \\ U_{n+2}=\dfrac{7}{4}U_{n+1}-\dfrac{3}{4}U_n \quad ; \quad n\in\mathbb{N} \end{cases}$$

أحسب U_2 و U_3.

2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=\frac{3}{4}U_n+1$.

3. المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

أ- أنشئ المستقيمين (Δ) و (Δ') اللذين معادلتيهما على الترتيب: $y=\frac{3}{4}x+1$ و $y=x$.

ب- مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1، U_2، U_3 بالإستعانة بالمستقيمين (Δ) و (Δ').

جـ- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

4. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0 \leq U_n \leq 4$.

5. برهن أن (U_n) متزايدة.

6. استنتج أن (U_n) متقاربة ، ثم عين نهايتها.

* التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{3e^x-1}{e^x+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$، (الوحدة $1cm$)

1. أ- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x: $f(x)+f(-x)=2$.

ب- فسر بيانيا هذه النتيجة.

2. أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجال تعريفها، ثم فسر النتيجتين بيانيا.

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيب 1.

5. أرسم (T) و (C_f).

II. نعتبر الدالة g المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=f(x)-x-1$.

1. تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي x: $g'(x)=-\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ، ثم استنتج اتجاه تغير g.

2. أحسب $g(0)$ ، و حدد إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3. أدرس الوضعية النسبية بين (C_f) و المماس (T).

4. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $[f(x)=x]$ تكافئ $[g(x)=-1]$.

ب- استنتج أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2 \langle \alpha \langle 3$.

5. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)=\frac{4e^x}{e^x+1}-1$.

ب- استنتج دوالا أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

جـ- أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=x$ ، $x=0$ و $x=\alpha$.

د- بين أن: $A(\alpha)=ln\left(\frac{2}{3-\alpha}\right)^4-\frac{1}{2}\alpha(\alpha+2)$.

٨