إعداد الأستاذة : محمودي زكية

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية برج بوعريريج
امتحان البكالوريا البيضاء للتعليم الثانوي | ثانوية عمار بوجلال امبارك " مجانة "
الشعبة : علوم تجريبية | دورة : ماي 2015

اختبار في مادة : الرياضيات | المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4,5 نقاط)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.

1- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-i)(z^2-4z+13)=0$.

2- النقط A ، B و C صور الأعداد المركبة $z_A=i$ ، $z_B=2+3i$ و $z_C=\overline{z_B}$.

أ- ليكن r الدوران الذي مركزه النقطة B وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

- عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة A بالدوران r .

ب- برهن أن النقط B ، C و D على استقامية.

ت- عين العبارة المركبة للتحاكي h ذو المركز B و الذي يحول النقطة C إلى النقطة D .

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

من أجل كل سؤال من الأسئلة التالية يوجد اقتراح واحد فقط صحيح عينه مع التبرير.

1- مجموعة النقط $M(x;y;z)$ حيث: $\begin{cases}2x-6y+2z-7=0\\-x+3y-z+5=0\end{cases}$ هي:

أ) مجموعة خالية ، ب) مستقيم ، جـ) نقطة واحدة ، د) مستوي

2- المستقيمان (Δ) و (Δ') المعرفان بالتمثيلان الوسيطيان : $(\Delta):\begin{cases}x=1-t\\y=-1+t\\z=2-3t\end{cases}$ و $(\Delta'):\begin{cases}x=2+t\\y=-2-t\\z=4+2t\end{cases}$

أ) متوازيان و غير منطبقين ، ب) منطبقين ، جـ) متقاطعان ، د) ليسا من نفس المستوي

3- المسافة بين النقطة $A(1;-2;1)$ و المستوي المعرف بالمعادلة $-x+3y-z+5=0$ هي :

أ) $\frac{3}{11}$ ، ب) $\frac{3}{\sqrt{11}}$ ، جـ) $\frac{1}{2}$ ، د) $\frac{8}{\sqrt{11}}$

4- المسقط العمودي للنقطة $B(1;6;0)$ على المستوي ذو المعادلة $-x+3y-z+5=0$ هي النقطة H ذات الإحداثيات :

أ) $H(3;1;5)$ ، ب) $H(2;3;1)$ ، جـ) $H(3;0;2)$ ، د) $H(-2;3;-6)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ : $\begin{cases} u_1 = -\dfrac{5}{3} \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + n - 2 \end{cases}$.

1- أحسب u_2، u_3 ، u_4 و u_5.

2- أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n أكبر من أو يساوي 5 يكون $u_n \geq n-3$.

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متباعدة.

3- (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n = -2u_n + 3n - \dfrac{21}{2}$.

أ) أثبت أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{1}{3}$ و أحسب حدها الأول v_1.

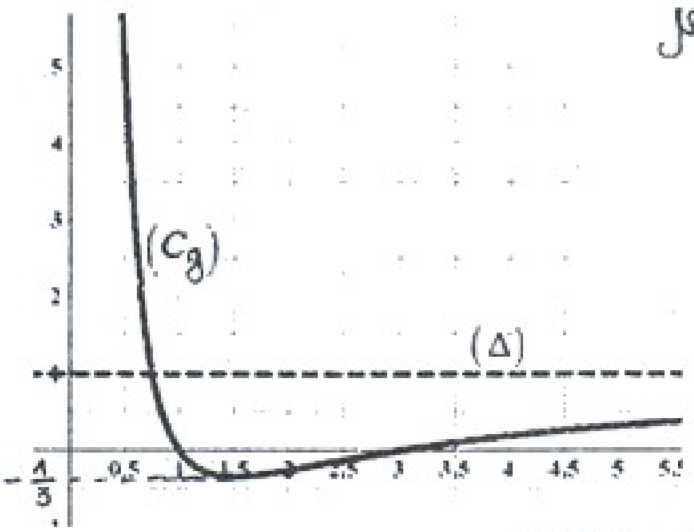
ب) أحسب S_n بدلالة n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \cdots\cdots + v_n$.

ثم استنتج T_n بدلالة n حيث : $T_n = u_1 + u_2 + \cdots\cdots + u_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x^2}$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية و (C_g) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس كما هو مبين في الشكل

حيث (Δ) المستقيم المقارب للمنحنى (C_g) معادلته $y = 1$



1- بقراءة بيانية:

أ- عين $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ ثم استنتج قيمة a.

ب- أحسب $g(1)$، $g(3)$ ثم عين العددين b و c.

جـ- شكل جدول تغيرات الدالة g.

2- أدرس إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = -\dfrac{3}{x} + x - 4\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1- أ- باستخدام النتيجة $\lim\limits_{t \to -\infty} te^t = 0$ ، برهن أن $\lim\limits_{u \to 0^+} u \ln u = 0$.

ب- استنتج $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$. فسر النتيجة بيانيا.

جـ- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها محصورة بين 9,2 و 9,3.

4- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماس (Δ') يوازي المستقيم ذو المعادلة $y = x$ و أكتب معادلة له.

5- تحقق أن: $f(\sqrt{3}) = -2\ln 3$ ثم أرسم (Δ') و المنحنى (C_f).

6- ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x^2 - (m + 4\ln x)x - 3 = 0$.

الموضوع الثاني

تمرين الأول: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, نعتبر النقط $A(-2;0;1)$, $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$

1) بين أن النقط A ,B و C ليست في استقامية، ثم جد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2) ليكن (P) و (P') المستويين اللذين معادلتاهما على الترتيب : $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$

- بين أن المستويين (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2\\y=-1+3t\\z=t\end{cases}$.

3) أثبت أن المستقيم (D) و المستوي (ABC) متقاطعان و عين إحداثيات نقطة تقاطعهما.

4) لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة $\Omega(1;-3;1)$ و نصف قطرها $r=3$.

أ- اكتب معادلة ديكارتية لسطح الكرة (S).

ب- ادرس تقاطع سطح الكرة (S) و المستقيم (D).

جـ- أثبت أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S).

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+13=0$.

2. المستوي المركب مزود بمعلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$. و نعتبر النقط A ,B و C

صور الأعداد المركبة $z_A=3-2i$,$z_B=3+2i$ و $z_C=4i$ على الترتيب.

أ) علم النقط A ،B و C.

ب) برهن أن الرباعي $OABC$ متوازي أضلاع.

ت) عين لاحقة النقطة w مركز الرباعي $OABC$.

ث) عين و أنشئ مجموعة النقط التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=8$.

3. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة العددان المركبان $z_1=\sqrt{2}(1-i)$ و $z_2=-i$.

أ) أكتب z_1 و z_2 على الشكل الأسي.

ب) لتكن M و M' نقطتان من المستوي المركب لاحقتاهما z و z' على الترتيب.

- عين طبيعة و عناصر التحويل النقطي f الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث:

$f(M)=M':\quad z'=z_1\times z+(1-z_1)z_2$

التمرين الثالث: (4,5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 \end{cases}$.

i. مثل في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$.

ii. مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1 , u_2 باستعمال التمثيل البياني (C_f) دون حساب الحدود.

iii. 1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 4$.

2- استنتج اتجاه تغيرات المتتالية (u_n).

3- بين أن (u_n) متقاربة و عين نهايتها.

iv. نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $v_n = \ln(u_n - 4)$.

1- برهن أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها r و حدها الأول v_0.

2- بين أن: $v_n = (1-2n)\ln(2)$.

3- استنتج عبارة u_n بدلالة n.

4- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $u_n > 4 + 2.10^{-4}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x) = 1 + e^x - xe^x$ و تمثيلها البياني (C_f) في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

I. 1- علما أن $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ برهن أن $\lim_{x \to -\infty} xe^x = 0$.

2- أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$. فسر هندسيا هذه النتيجة.

3- بين أن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

4- بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty,0]$ و متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

5- شكل جدول تغيرات الدالة f .

II. 1- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $1 < \alpha < \frac{3}{2}$.

7- أدرس الوضعية النسبية للمستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ و المنحني (C_f) على $\mathbb{R}$.

8- أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (D).

III. 1- تحقق أن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x) = x + (2-x)e^x$ دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

2- استنتج الدالة الأصلية للدالة f حيث $F(0) = 2$.

IV. h دالة عددية معرفة على $[1;+\infty[$ كما يلي : $h(x) = 1 + x - x\ln x$.

1- تحقق أن : $h = f \circ \ln$.

2- استنتج اتجاه تغير الدالة h على المجال $[1;+\infty[$.

مع تمنياتي لكم بالنجاح في البكالوريا