الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
ثانوية: كريم محمد ـ الغمري ـ

مديرية التربية لولاية معسكر
السنة الدراسية :2014 / 2015

المستوى : السنة الثالثة ثانوي
التاريخ : 18 - 05 - 2015

الشعبة :علوم تجريبية
المدة :03 ساعات ونصف

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(3;-2;2)$, $B(6;1;5)$ و $C(6;-2;-1)$ و المستوي $(P): x+y+z-3=0$

1) برهن أن المثلث ABC قائم .

2) برهن أن المستوي (P) عمودي على المستقيم (AB) ويمر من النقطة A.

3) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P') المستوي العمودي على (AC) و المار من النقطة A.

4) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع كلا من المستويين (P) و (P').

5) أ) نعتبر النقطة $D(0;4;-1)$. بين أن المستقيم (AD) عمودي على المستوي (ABC).

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

ج) بين أنّ قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$rad.

د) أحسب مساحة المثلث BDC ثم استنتج المسافة بين النقطة A و المستوي (BDC)

التمرين الثاني :(4 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. الوحدة $2cm$

نعتبر النقطتين A و B ذات اللاحقتين: $z_A=i$ و $z_B=2$ على الترتيب

1. أ ـ عين لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه A ونسبته $\sqrt{2}$

ب ـ عيّن لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران r الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$.

2. نعتبر التحويل النقطي f الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث:

$$z'=(1+i)z+1$$

أ ـ عيّن طبيعة التحويل f وعناصره المميزة؛ ثم استنتج أنّ B' هي صورة B بالتحويل f.

ب ـ بيّن أنه من أجل كل عدد مركب z يختلف عن i لدينا: $\frac{z'-z}{z_A-z}=-i$

ج ـ استنتج طبيعة المثلث AMM'.

3. أ ـ حدد الطبيعة والعناصر المميزة لـ (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي بحيث: $|z-2|=\sqrt{2}$

ب ـ بيّن أنّ $(1+i)(z-2)=z'-3-2i$ ، ثم استنتج أنه إذا كانت $M\in(E)$ فإنّ M' تنتمي لدائرة (C) يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثالث :(4 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي:

$u_0 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = \sqrt{\frac{u_{n-1}}{e}}$.

(v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{1}{2}\ln u_n + \frac{1}{2}$.

1) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، ثمّ احسب حدها الأول.

2) اكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3) احسب بدلالة n المجموع S_n ؛ حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

4) احسب بدلالة n الجداء P_n ؛ حيث: $P_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$ ، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$

التمرين الرابع :(7 نقاط)

الجزء الاول: لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x + 2\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,70 < \alpha < 0,71$

3) استنتج اشارة $g(x)$ عندما يتغير x في المجال $]0,+\infty[$

الجزء الثاني : نعرف الدالة f على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + (\ln x)^2$

نسمي (C_f) المنحنى الممثل لها في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

2) احسب عبارة $f'(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3) حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة $f(x) = x$ ثم استنتج عدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ) المنصف الاول ذي المعادلة $y = x$

4) استنتج الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة الى (Δ)

5) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

6) اثبت ان: $f(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 4\alpha - 4}{4}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ حيث α هو حل المعادلة $g(x) = 0$

7) احسب $f(0,48) \times f(0,49)$ ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) . ثم ارسم $(C_f);(\Delta);(T)$

8) لتكن الدالة H المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $H(x) = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x$

أ) بين ان الدالة H دالة اصلية للدالة h حيث : $h(x) = (\ln x)^2$ على المجال $]0,+\infty[$

ب) احسب ب cm^2 المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها :

$x = e; x = e^{-1}; y = x$

9) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة ذات المجهول x التالية :

$(\ln x)^2 - 1 - m$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (5 نقاط)

يوجد في كل سؤال جواب واحد فقط صحيح عين هذا الجواب الصحيح

1) حل المعادلة $2z + \bar{z} = 9 + i$ هو:

أ) 3 . ب) i . ت) $3 + i$

2) z = عدد مركب $|z + 1| =$ تساوي

أ) $|z + 1|$. ب) $|-1|$. ت) $|\bar{z} + i|$

3) z = عدد مركب غير معدوم عمدته θ عمدة العدد المركب $\frac{-1 + i\sqrt{3}}{z}$ هي

أ) $-\frac{\pi}{3} + \theta$. ب) $\frac{2\pi}{3} + \theta$. ت) $\frac{2\pi}{3} - \theta$

4) n عدد طبيعي يكون العدد المركب $\left(\sqrt{3} + i\right)^n$ تخيليا صرفا إذا وفقط إذا كان

أ) $n = 3$. ب) $n = 3 + 6k$ حيث $k \in \mathbb{N}$. ت) $n = 6k$ حيث $k \in \mathbb{N}$

5) A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب هما i و -1 مجموعة النقط M التي لاحقتها $z = x + iy$ والتي تحقق $|z + 1| = |z - i|$ هي

أ) المستقيم (AB) . ب) الدائرة التي قطرها $[AB]$. ت) المستقيم العمودي على (AB) المار من المبدأ O

6) Ω النقطة ذات اللاحقة $-i$ مجموعة النقط M التي لاحقتها $z = x + iy$ والتي تحقق $|z + 1 - i| = |3 - 4i|$ معادلتها هي

أ) $y = -x + 1$. ب) $(x - 1)^2 + y^2 = \sqrt{5}$. ت) $z = 1 - i + 5e^{i\theta}$ حيث $\theta \in \mathbb{R}$

7) A و B نقطتان لاحقتاهما على الترتيب هما 4 و $3i$ لاحقة النقطة C بحيث يكون المثلث ABC متساوي الساقين مع $(AC, AB) = \frac{\pi}{2}$ هي

أ) $1 - 4i$. ب) $-3i$. ت) $7 + 4i$

8) مجموعة حلول المعادلة $\frac{z - 2}{z - 1} = z$ في $\mathbb{C}$ هي:

أ) $\{1 - i\}$. ب) مجموعة خالية . ت) $\{1 + i \; ; \; 1 - i\}$

التمرين الثاني :(4 نقاط)

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقط $A(0;0;1)$ ، $B(2;2;-1)$ ، $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$

و المستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x = 1 + 3\alpha + \beta \\ y = 1 - 2\alpha \\ z = 4 + \alpha + \beta \end{cases}$ ، α و β وسيطيان حقيقيان.

1. أ - بيّن أنّ النقط A ، B و C تعيّن مستويا.

ب - تحقق أنّ الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ، ثمّ اكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ، ثمّ بيّن أنّ المستويين (ABC) و (P) متعامدان .

ب - بيّن أنّ تقاطع (ABC) و (P) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي:

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -7 + 4t \; ; \; t \in \mathbb{R} \\ z = -7 + 5t \end{cases}$$

جـ - احسب المسافة بين النقطة D والمستوي (ABC)، والمسافة بين النقطة D والمستوي (P)، ثمّ استنتج المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ)

3- (Q) المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (ABC) و (P).

أ - اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q).

ب - بيّن أنّ المستويات الثلاثة (ABC)، (P) و (Q) تتقاطع في نقطة واحدة H، ثمّ عيّن إحداثيات H.

جـ - احسب بطريقة ثانية، المسافة بين النقطة D والمستقيم (Δ).

التمرين الثالث : (4 نقاط)

I) f هي الدالة المعرّفة على المجال بـ: $f(x) = x - \ln(x-1)$

1) حدّد حسب قيم x، إشارة $f(x) - x$

2) أ - عيّن اتجاه تغيّر الدالة f.

ب - بيّن أنه إذا كان $x \in [2; e+1]$ فإنّ $f(x) \in [2; e+1]$

II) (u_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0 = e+1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} = u_n - \ln(u_n - 1)$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n \in [2; e+1]$.

2) ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) برّر تقارب المتتالية (u_n)، ثم احسب نهايتها.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- نعتبر الدّالة f المعرّفة على $[0; +\infty[$ بالشكل: $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\ln(x+1)}{x}; x > 0 \\ f(0) = 1 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

- بيّن أنّ f مستمرة عند 0.

2- لتكن الدّالة g المعرّفة على $[0; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = \ln(x+1) - \left(x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3}\right)$

أ - ادرس اتجاه تغيّر الدّالة g.

ب - احسب $g(0)$ ثمّ استنتج أنه على المجال $[0; +\infty[$: $\ln(x+1) \leq \left(x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3}\right)$.

جـ - بطريقة مماثلة، بيّن أنه على المجال $[0; +\infty[$: $\ln(x+1) \geq \left(x - \dfrac{x^2}{2}\right)$.

د - استنتج، من الأسئلة السابقة أنّ: $-\dfrac{1}{2} + \dfrac{x}{3} \leq \dfrac{\ln(x+1) - x}{x^2} \leq -\dfrac{1}{2}$. وأنّ f قابلة للاشتقاق عند 0.

3- لتكن الدالة h المعرّفة على $[0; +\infty[$ بـ: $h(x) = \dfrac{x}{x+1} - \ln(x+1)$.

أ - ادرس اتجاه تغيّر الدّالة h، ثمّ عيّن إشارة $h(x)$ حسب قيم x.

ب - بيّن أنه من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x^2}$.

جـ - أعط جدول تغيّرات f موضحا نهاية f عند $+\infty$.

د - أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4- ارسم (T) و (C_f).