الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

امتحان بكالوريا تجريبي

دورة ماي 2015

مقاطعة أرزيو01

(متقن الأمير خالد + ثانوية الشيخ مهدي بوعبدلي)

المستوى : السنة الثالثة

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات

المدة: 3 ساعات و 30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;0;2)$, $B(1;1;4)$, $C(-1;1;1)$

1) بين أن النقط A ;B و C تعين مستويا

2) بين أن الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix}3\\4\\-2\end{pmatrix}$ عمودي على المستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

3) نعتبر (P_1) و (P_2) المستويين المعرفين بمعادلتيهما الديكارتيتين: $(P_1): x-2y+6z=0$ و $(P_2): 2x+y+2z+1=0$

أ) تحقق انّ المستويين يتقاطعان وفق مستقيم (d) الذي تمثيل وسيطي له هو: $\begin{cases} x=-2t-\frac{2}{5} \\ y=2t-\frac{1}{5} \\ z=t \end{cases}$ مع $t\in\mathbb{R}$

ب) هل المستقيم (d) و المستوي (ABC) متقاطعان أم متوازيان؟ علل اجابتك

ت) حل في $\mathbb{R}^3$ الجملة : $\begin{cases} 3x+4y-2z+1=0 \\ 2x+y+2Z+1=0 \\ x-2y+6z=0 \end{cases}$

4) لتكن (S) سطح كرة التي مركزها C ونصف قطرها 1 , أدرس الوضع النسبي للمستوي (P_1) بالنسبة لسطح كرة (S)

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $z^2-6z+13=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ,B و C التي لواحقها: $Z_A=3-2i$, $Z_B=3+2i$ و $Z_C=4i$ و على الترتيب ,

أ) علم النقط A,B و C .

ب) أثبت أنّ الرباعي $OABC$ متوازي أضلاع .

ت) عين لاحقة النقطة Ω مركز متوازي الأضلاع $OABC$.

ث) عين وأنشئ (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=12$

3) لتكن M نقطة من المستقيم (AB) ,يرمز α إلى الجزء التخيلي للاحقة M , نسمي النقطة N صورة النقطة M بالدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

- بين أنّ لاحقة النقطة N هي $\frac{5}{2}-\alpha+\frac{5}{2}i$.

- ما هي قيمة α بحيث تنتمي النقطة N إلى المستقيم (BC) ؟

رين الثالث: (04 نقاط)

ـ المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 3$ ومن اجل كل عدد طبيعي n ، $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$

1) احسب u_1, u_2 و u_3

2) أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > 0$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ ، $u_n > \frac{4}{3}n$

جـ) استنتج نهاية المتتالية (u_n)

3) نعرف المتتالية (v_n) بـ : من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n = u_n - 2n + 1$

أ) برهن أنّ المتتالية (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$

ت) أحسب بدلالة n المجموع S_n المعرف من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots \ldots + u_n$

(يمكن ملاحظة أن (u_n) هي عبارة عن مجموع متتاليتين إحداهما (v_n))

4) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفة بـ : $w_0 = -1$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $nw_n = (n+1)w_{n-1} + 3$

أ) أحسب w_1 ، w_2 ، w_3 و w_4 . ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟

ب) برهن على طبيعة المتتالية (w_n) أحسب w_{1006}

رين الرابع: (06 نقاط)

I. علما أن $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ بين أن $\lim_{x\to 0} x\ln x = 0$

II. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1) أحسب $\lim_{x\to 0} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) أحسب مشتق الدالة g ثم استنتج اتجاه تغيراتها .

3) شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

4) بين ان المعادلة $g(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.1;0.3[$

III. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ و أن $f'(x) = g(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها و أن النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{2}$ نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)

4) عين معادلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها 1 ثم حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمماس (Δ)

5) لتكن M نقطة من (C_f) فاصلتها x .عين نهاية معامل توجيه المستقيم (OM) لما x يؤول إلى 0 على اليمين ماذا تستنتج؟

6) أرسم (Δ) و (C_f)

7) أ) بين أن معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها α هي: $y = x - \alpha^2 + \alpha$

ت) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2 - x(1 + \ln x) - m = 0$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (05 نقاط)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;2;-1)$, $B(-3;-2;3)$, $C(0;-2;-3)$

1) أ) أثبت أن النقط A ;B و C ليست في استقامية

ب) عين العدد الحقيقي a بحيث يكون الشعاع $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ثم أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته ديكارتية له: $x+y-z+2=0$

أثبت أن المستويين (ABC) و (P) متعامدان

3) نسمي G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;2)\}$

أ) أثبت أن إحداثيات G هي $(2;0;-5)$

ب) أثبت أن المستقيم (CG) عمودي على المستوي (P)

ت) أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (CG)

ث) جد إحداثيات النقطة H تقاطع المستوي (P) مع المستقيم (CG)

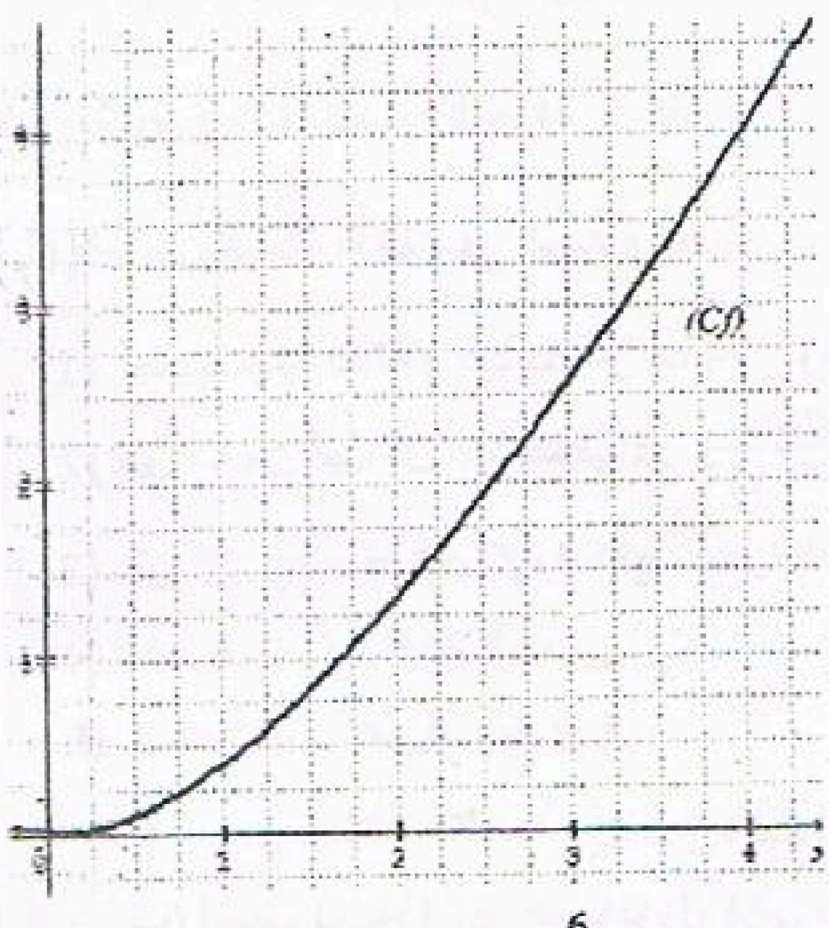
4) عين الطبيعة الهندسية و العناصر المميزة للمجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق

$$\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\|=12$$

5) أدرس تقاطع (S) مع المستوي (P).

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f معرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{2x^2}{x+4}$. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ كما هو مبين في الشكل أدناه.



1) بين أن الدالة f متزايدة تماما.

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة بـ: $U_0=3$ ومن اجل كل عدد طبيعي n، $U_{n+1}=f(U_n)$

(Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$

أ) باستعمال المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود $U_0;U_1;U_2;U_3;U_4$ دون حسابها

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n، $0\le U_n\le 3$

ب) بيّن أنّ المتتالية (U_n) متناقصة

جـ) استنتج أنّ (U_n) متقاربة

4) أ) أدرس اشارة العدد $7U_{n+1}-6U_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le U_{n+1}\le \frac{6}{7}U_n$

ب) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n، $0\le U_n\le 3\left(\frac{6}{7}\right)^n$

جـ) أحسب نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

ثالث :(04,5 نقاط)

عتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود P المعرف بـ: $P(Z) = (Z - i\sqrt{2})(Z^2 - 2Z + 2)$

حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(Z) = 0$

ي المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ الوحدة $2cm$ نعتبر النقط A ; B ; J و K التي

واحقها على الترتيب $Z_A = 1 + i$; $Z_B = 1 - i$; $Z_J = i\sqrt{2}$; $Z_k = e^{i\left(\frac{3\pi}{4}\right)}$

) علم النقط A ; B ; J و K

ب) لتكن النقطة L نظيرة O بالنسبة للنقطة K بين أن لاحقة L هي $(-\sqrt{2})$

ت) أثبت أن النقط A ; B ; J و L تنتمي إلى نفس الدائرة (ξ) يطلب تحديد مركزها وطول نصف قطرها

عتبر النقطة D ذات اللاحقة $Z_D = -1 + i$ وليكن R الدوران الذي مركزه O ويحول النقطة J إلى النقطة D

أ) عين قيسا لزاوية الدوران R

ب) لتكن C صورة L بالدوران R , عين لاحقة النقطة C

ت) ما هي طبيعة الرباعي $ABCD$ مع التعليل

الرابع: (06 نقاط)

0 : g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (2 - x)e^x - 1$

1) أدرس تغيرات الدالة g

2) بين أن للمعادلة $g(x) = 0$ في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث $-1{,}2 < \alpha < -1{,}1$ و $1{,}8 < \beta < 1{,}9$

3) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

02: f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}$.

منحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ وفسر النتيجتين هندسيا .

بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{(e^x - x)^2}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

بين أن : $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha - 1}$ واستنتج حصرا للعددين $f(\alpha)$ و $f(\beta)$

أحسب $f(1)$ ثم أرسم المنحنى (C_f)

λ عدد حقيقي أكبر أو يساوي 1

أ) احسب بدلالة λ العدد $\mathcal{A}(\lambda)$ حيث : $\mathcal{A}(\lambda) = \int_1^{\lambda}[f(x) - 1]dx$

ب) أحسب نهاية $\mathcal{A}(\lambda)$ عندما يؤول λ إلى $+\infty$