البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

السنة الثالثة علوم تجريبية — المدة : 03 ساعات و 30 د

إختر أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04ن):

لكل سؤال من الأسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط. عين الجواب الصحيح معللا إختيارك.

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر (P) المستوي ذي المعادلة $x-2y+3z+5=0$، (Q) المستوي ذي التمثيل الوسيطي $(\alpha\in\mathbb{R},\beta\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2+\alpha+2\beta\\y=-\alpha-2\beta\\z=-1-\alpha+3\beta\end{cases}$، (D) المستقيم ذي التمثيل الوسيطي $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2+t\\y=-t\\z=-1-t\end{cases}$ ونعتبر النقطتين $A(-1,2,3)$ ، $B(1,-2,9)$.

1) تمثيل وسيطي للمستوي (P) هو :

أ) $\begin{cases}x=\alpha\\y=1-2\alpha\\z=-1+3\alpha\end{cases}$ ب) $\begin{cases}x=\alpha+2\beta\\y=1-\alpha+\beta\\z=-1-\alpha\end{cases}$ جـ) $\begin{cases}x=\alpha+\beta\\y=1-\alpha-2\beta\\z=1-\alpha-3\beta\end{cases}$ د) $\begin{cases}x=1+2\alpha+\beta\\y=1-2\alpha+2\beta\\z=-1-\beta\end{cases}$

2) أ) المستقيم (D) والمستوي (P) يتقاطعان في النقطة $C(-8,3,2)$. ب) المستقيم (D) والمستوي (P) متعامدان.

جـ) المستقيم (D) مستقيم من المستوي (P). د) المستقيم (D) والمستوي (P) متوازيان تماما.

3) أ) المستقيمان (AB) و (D) متعامدان. ب) المستقيمان (AB) و (D) متوازيان.

جـ) المستقيمان (AB) و (D) متقاطعان. د) المستقيمان (AB) و (D) متطابقان.

4) أ) المستويان (P) و (Q) متوازيان.

ب) المستويان (P) و (Q) يتقاطعان وفق المستقيم ذي التمثيل الوسيطي: $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=t\\y=-2-t\\z=-3-t\end{cases}$.

جـ) النقطة $A(-1,2,3)$ تنتمي إلى تقاطع (P) و (Q) . د) المستويان (P) و (Q) متعامدان.

التمرين الثاني (6ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) g دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $g(x)=x+1-e^{x}$.

أدرس تغيرات الدالة g . استنتج أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)\leq 0$

2) f دالة معرفة على المجال $]-\infty,+\infty[$ بـ : $f(x)=(-2x^2-x+1)e^{-x}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f .

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$. بملاحظة أن: $f(x)=\left(-2-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)x^2e^{-x}$ ، أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=(2x^2-3x-2)e^{-x}$ ، عين إشارة $f'(x)$.

عين جدول تغيرات الدالة f

3) أ) عين معادلة لـ (T) مماس (C) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

ب) بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f(x)-(-2x+1)=(1-2x)g(x)e^{-x}$. استنتج وضعية (C) بالنسبة لـ (T).

4) أ) أدرس تقاطع (C) و محور الفواصل.

ب) أرسم (T) و (C) على المجال $[-1,+\infty[$.

5) F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

عين الأعداد الحقيقية a ، b ، c بحيث تكون الدالة F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

التمرين الثالث (5 ن):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة المعادلة $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

2) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$. C منتصف القطعة $[OB]$ لاحقتها z_C.

أ) أكتب z_A ، z_B ، z_C على الشكل الأسي .

ب) أحسب OA ، OB ، AB . استنتج طبيعة المثلث OAB .

3) نسمي D صورة C بالدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{2}$. و نسمي E صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $2\vec{j}$.

أ) بين أن لاحقة النقطة E هي $z_E=\frac{1}{2}\left[1+(4-\sqrt{3})i\right]$.

ب) بين أن $OE=BE=\sqrt{5-2\sqrt{3}}$

4) بين أن A ، C ، E في استقامية .

التمرين الرابع (5 ن):

1) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=x-x\ln x$.

أدرس تغيرات الدالة f .

2) (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ $u_n=\frac{e^n}{n^n}$.

أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 ، u_5 ثم ضع تخمينا حول إتجاه تغيرها ونهايتها.

3) (v_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\ln(u_n)$.

أ) أثبت أن: $v_n=n-n\ln(n)$.

ب) باستعمال الدالة f ، أدرس إتجاه تغير (v_n) ثم استنتج أن (u_n) متناقصة.

جـ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم: $0<u_n\le e$.

د) استنتج أن (u_n) متقاربة وعين نهايتها.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 ن):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(-2,0,1)$ ، $B(1,2,-1)$ ، $C(-2,2,2)$.

1) أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ثم عين قيمة مقربة إلى الدرجة للزاوية $\widehat{BAC}$.

ب) استنتج أن النقط A ، B ، C تعين مستويا (P) حيث $\vec{n}(2,-1,2)$ شعاع ناظمي له . عين معادلة لـ (P) .

2) (P_1) و (P_2) المستويان ذا المعادلتين $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$ على الترتيب.

أ) بين أن (P_1) و (P_2) متقاطعين وفق مستقيم (Δ) حيث: $\begin{cases}x=-2\\ y=-1+3t\\ z=t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$ تمثيل وسيطي له.

ب) أدرس تقاطع (P) و (Δ).

3) (S) سطح الكرة ذي المركز $\Omega(1,-3,1)$ ونصف القطر 3.

أ) عين معادلة لـ (S) .

ب) أدرس تقاطع (S) و (Δ) .

جـ) بين أن (P) مماس لـ (S).

التمرين الثاني (6 ن):

المستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$)

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+3-2\ln x$

ولتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{x^2-1}{2x}$. نسمي (C) المنحني الممثل للدالة f .

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم استنتج أشارة $g(x)$.

2) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا وأحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{2x^2}$ ، استنتج عندئذ إشارة $f'(x)$. عين جدول تغيرات الدالة f.

4) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) عند $+\infty$ معادلته $y=\dfrac{1}{2}x$. حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (Δ).

5) أحسب $f(1)$. أنشئ (Δ) و (C).

6) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ حيث $F(1)=\dfrac{5}{4}$.

التمرين الثالث (5 ن):

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نسمي I النقطة ذات اللاحقة $z_I=1$.

1) A ، B نقطتان من المستوي لاحقتاهما على الترتيب $z_A=1-2i$ ، $z_B=-2+2i$. الدائرة (C) ذات القطر $[AB]$.
عين z_Ω لاحقة النقطة Ω مركز الدائرة (C) وعين نصف قطرها.

2) D النقطة ذات اللاحقة $z_D=\dfrac{3+9i}{4+2i}$. أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من (C).

3) E نقطة من (C) حيث $\left(\overrightarrow{\Omega I},\overrightarrow{\Omega E}\right)=\dfrac{\pi}{4}$.

عين طويلة $z_E+\dfrac{1}{2}$ وعمدة له. استنتج أن $z_E=\dfrac{5\sqrt{2}-2}{4}+\dfrac{5\sqrt{2}}{4}i$.

4) R التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها z النقطة M' لاحقتها z' حيث:
$z'+\dfrac{1}{2}=e^{i\frac{\pi}{4}}\left(z+\dfrac{1}{2}\right)$.

أ) عين طبيعة التحويل R محددا عناصره المميزة .

ب) ما هي صورة النقطة F ذات اللاحقة $z_F=2$ بالتحويل R؟

التمرين الرابع (4ن):

(u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=u_n e^{-u_n} \end{cases}$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$.

ب) بين أن (u_n) متناقصة .

جـ) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

2) (w_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $w_n=\ln u_n$.

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=w_n-w_{n+1}$.

ب) نضع : $S=u_0+u_1+u_2+...+u_n$. بين أن $S=w_0-w_{n+1}$ وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S$.

أتمنانا لكم بالتوفيق والنجاح في البكالوريا وعطلة سعيدة