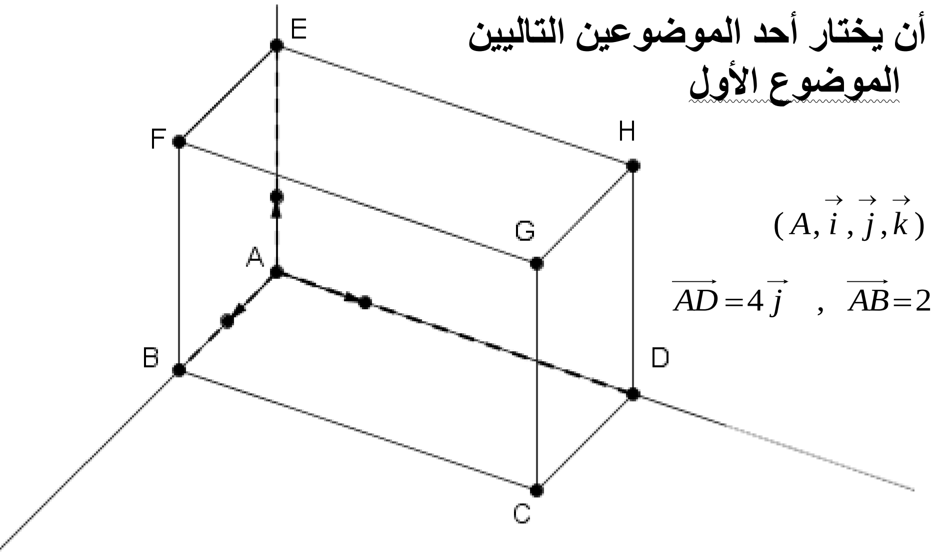
إختبار في مادة : الرياضيـات — المدة: 3سا و30 د



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول :(05 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس مباشر $(A,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

و ABCDEFGH متوازي مستطيلات حيث $\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$, $\overrightarrow{AD}=4\vec{j}$

و $\overrightarrow{AE}=3\vec{k}$

1) أ) تحقق أن $\overrightarrow{AG}=2\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}$

ب) عين إحداثيي الشعاعين $\overrightarrow{EB}$ و $\overrightarrow{EG}$

ج) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (EBG)

2) ليكن العدد الحقيقي α يختلف عن 1 و M نقطة إحداثياتها $(2\alpha,4\alpha,3\alpha)$

أ) تحقق أن M تنتمي إلى المستقيم (AG) بإستثناء النقطة G

ب) بين أن M لا تنتمي إلى المستوي (EBG)

3) ليكن V حجم رباعي الوجوه MEBG

أ) عبر عن V بدلالة α

ب) أحسب حجم رباعي الوجوه AEBG

ج) من أجل أية قيمة للعدد الحقيقي α ، V يساوي حجم متوازي المستطيلات ABCDEFGH

التمرين الثاني :(05 نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z حيث: $(Z^2+3)(Z^2-6Z+21)=0$

2) المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

أ) علم النقط D, C, B, A ذات اللواحق على الترتيب $Z_A=\sqrt{3}i$, $Z_B=-\sqrt{3}i$, $Z_c=3+2\sqrt{3}i$, $Z_D=\overline{Z_C}$

ب) بين أن النقط D, C, B, A تنتمي إلى نفس الدائرة(C)التي مركزها Ω ذات اللاحقة $Z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

3) لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى O.

أ) بين أن : $\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عين طبيعة المثلث BEC

ب) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : $Z=3+2\sqrt{3}\,e^{i\theta}$, $\theta\in R$

4) ليكن h التحاكي الذي مركزه R ذو اللاحقة $Z_R=-3$ ونسبته 2.

أ) عين العبارة المركبة للتحاكي h.

ب) احسب مساحة صورة الدائرة (C) بالتحاكي h

التمرين الثالث :(04 نقط)

1) نعتبر المتتالية العددية $\left(u_n\right)$ المعرفة بـ: $u_0=1$ ومن اجل أي عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{4u_n}{1+u_n}$

أ) احسب u_1 و u_2

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<3$

2) نعتبر المتتالية $\left(v_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n-3}{u_n}$

أ) بين ان $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{4}$

ب) اكتب بدلالة n عبارة v_n ثم u_n

ج) احسب نهاية المتتالية $\left(u_n\right)$

3) نعتبر المتتالية $\left(w_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n=\frac{3}{u_n}$

نضع $S_n=w_0+w_1+w_2+.........+w_{\text{n}}$

أ) بين ان من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n=1-v_n$

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $S_n=n+1+\frac{8}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$

ج) احسب نهاية $\frac{S_n}{n}$ لما يؤول n الى $+\infty$

التمرين الرابع:(06 نقط)

الجزء الأول

لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g\left(x\right)=x^2+3x-4+4\ln x$

1) أحسب نهايتي الدالة g عند 0 و عند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$, $g'\left(x\right)=\frac{2x^2+3x+4}{x}$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أحسب $g\left(1\right)$ ثم استنتج إشارة $g\left(x\right)$ على $]0;+\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f\left(x\right)=x+3\ln x-\frac{4\ln x}{x}$

نسمي $\left(\Gamma\right)$ التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=3cm$

1) أحسب نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$, $f'\left(x\right)=\frac{g\left(x\right)}{x^2}$, ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أدرس وضع المنحني $\left(\Gamma\right)$ بالنسبة للمستقيم $\left(D\right):y=x$ ثم أرسم $\left(D\right)$ و $\left(\Gamma\right)$.

4) أ) باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $\int_2^4\ln(x)\,dx$

ب) أحسب بالسنتيمتر مربع ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(\Gamma\right)$ والمستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=2$ و $x=4$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح ، عين الجواب الصحيح مع التعليل.

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

نعتبر النقطتين A(1,-1,2) ، B(2;2;0) والمستوي (P) الذي معادلته $x+y-z-1=0$

1) المسافة بين النقطة O و المستقيم (AB) هي :

ج1) $\frac{\sqrt{24}}{7}$ ج2) $\frac{2\sqrt{42}}{7}$ ج3) $\frac{\sqrt{21}}{7}$

2) المسقط العمودي للنقطة B على المستوي (P) هي :

ج1) A(1,1,-1) ج2) A(1,-1,1) ج3) A(1,1,1)

3) معادلة سطح الكرة التي مركزها O والمتماسة مع (P) هي :

ج1) $3x^2+3y^2+3z^2=1$ ج2) $x^2+y^2+z^2=2$ ج3) $x^2+y^2+z^2=1$

4) المستوي (Q) الذي يحوي المستقيم (A B) ويشمل النقطة C(1,-2,3) له تمثيلا وسيطيا هو :

ج1) $\begin{cases} x=t+1 \\ y=3t-\alpha-1 \quad ;\alpha\in R,t\in R \\ z=-2t+\alpha+2 \end{cases}$ ج2) $\begin{cases} x=t+1 \\ y=t-\alpha-1 \ ;\alpha\in R,t\in R \\ z=t-\alpha+2 \end{cases}$ ج3) $\begin{cases} x=t+1 \\ y=t+2\alpha-1 \ ;\alpha\in R,t\in R \\ z=-t-\alpha+2 \end{cases}$

5) المجموعة (E) للنقط M من الفضاء و التي تحقق $AM=BM$ لها المعادلة من الشكل :

ج1) $x-3y+2z-1=0$ ج2) $x+3y-2z-1=0$ ج3) $-x+3y-2z-1=0$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث: $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$.

2) أكتب الحلول على الشكل المثلثي .

3) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-\sqrt{3}-i$

أ) عين z_D لاحقة النقطة D حتى يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع

ب) كتب على الشكل الأسي الأعداد المركبة z_A ، z_B و z_C

ج) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^n\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^n$ حقيقي .

4) ليكن التحويل النقطي S الذي بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقط M' ذات اللاحقة z' حيث $z'=(1-i\sqrt{3})z-\sqrt{3}+3i$

أ) تعرف على طبيعة التحويل S و أعط عناصره المميزة

ب) بين أن المجموعة (Γ) للنقط M و التي تحقق $(z-z_A)\overline{(z-z_A)}=z_C.\overline{z_C}$ **هي دائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها**

ج) عين المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S و أعط عناصره المميزة .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية : $y'-3y=0 \cdots\cdots\cdots(1)$

1) حل في $\mathbb{R}$ التفاضلية (1) ثم عيّن الحل الخاص f الذي يأخذ القيمة 1 من أجل $x=\frac{-2}{3}$.

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام : $u_n=e^{3n+2}$

أ) بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول , هل هي متقاربة ؟ .

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3) نعرّف المتتالية (v_n) بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$

أ) بيّن أنّ (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n.

ب) أثبت أنّ (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

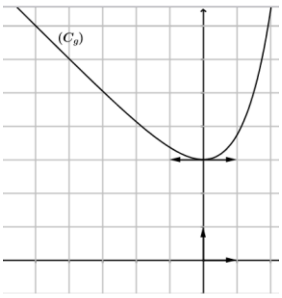
ج) أحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+\cdots\cdots+v_{n-1}$ ثم الجداء $T_n=u_0\times u_1\times u_2\times..........\times u_{n-1}$

التمرين الرابع : (06 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

الجزء الأول

في الشكل المقابل (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=ae^x+b-x$ حيث a و b عددان حقيقيان



بقراءة بيانية

1) عين نهايتي الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$ ثم عين $g(0)$ و $g'(0)$

2) عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها و إستنتج إشارة $g(x)$

3) أحسب $g'(x)$ بدلالة a و b حيث g' هي الدالة المشتقة للدالة g .

4) بإستعمال المعطيات السابقة بين أن $g(x)=e^x+2-x$

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x+(x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=e^{-x}\times g(x)$

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0<\alpha<\frac{1}{2}$ و إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو العادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$ ثم أدرس الأوضاع النسبية لهما .

5) بين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

6) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ).

7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f)

8) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $\frac{x-1}{e^x}=m \leftarrow (E)$

9) لتكن A_λ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=x$ ، $x=1$ و $x=\lambda$ حيث λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

- باستعمال المتكامل بالتجزئة احسب $\int_1^\lambda (x-1)e^{-x}\,dx$ و إستنتج A_λ بدلالة λ ثم احسب $\lim_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$