الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية محمد بعيطيش-عين آزال

امتحان التعليم الثانوي — دورة ماي 2015

الشعبة :علوم تجريبية — اختبار في مادة :الرياضيات — المدة: 03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05ن)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z-3+2i)(z^2+6z+10)=0$

2) علّم في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ النقط A ، C ، D و H التي لواحقها على الترتيب: $z_A=3-2i$ ، $z_C=-3+i$ ، $z_D=-3-i$ ، $z_H=1$.

3) z عدد مركب يحقق الجملة : $\begin{cases}\arg(z-3+2i)=\arg(z-1)+\dfrac{\pi}{2}\\ |z-3+2i|=|z-1|\end{cases}$

أ) بين أن الجملة تكافئ: $\dfrac{z-3+2i}{z-1}=i$ ثم عين قيم z.

ب) B النقطة التي لاحقتها $z_B=3$ ، تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ ،ماهي طبيعة الرباعي $ABCD$.

ت) لتكن K النقطة التي لاحقتها z_K حيث: $z_K=1-2i$

- اكتب على الشكل الأسي العدد المركب L حيث: $L=\dfrac{z_A-z_H}{z_B-z_K}$

- تحقق أن: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{KH}$.ماهي طبيعة الرباعي $ABHK$.

التمرين الثاني: (04 ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1,1,0)$ ، $B(-1,0,2)$ ، $C(-1,0,1)$

والمستوي (P) الذي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases}x=t+1\\ y=t+\alpha-2\\ z=3t+\alpha+3\end{cases}$ حيث: t و α عددان حقيقيان.

1) تحقق أن النقط A ، B و C ليست في استقامية .ثم بين أن $x-2y+1=0$ هي معادلة للمستوي (ABC).

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ،ثم تحقق أنّ C نقطة منه.

3) أ- تحقق أنّ المستويين (P) و (ABC) متعامدين، ثم عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطعهما.

ب- احسب المسافة بين النقطة A والمستقيم (Δ).

4) عين مجموعة النقط من الفضاء المتساوية البعد عن كل من (P) و (ABC).

التمرين الثالث: (05ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_1=\sqrt{e}$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}n+1$

1) احسب الحدود u_2 ، u_3 ، u_4 (تدور النتائج إلى 10^{-2}) ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_n\leq n+3$

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{3}(n+3-u_n)$ مستنتجا اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ ب : $v_n=u_n-n$

- بين أن (v_n) متتالية هندسية ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $u_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $S_n=\left(\frac{2}{3}\right)^1 v_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2 v_2+\dots\dots\dots\dots+\left(\frac{2}{3}\right)^n v_n$

و: $S'_n=u_1+u_2+\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots+u_n$

- احسب المجموعين : S_n و S'_n ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$ حيث : $T_n=\frac{S'_n}{n^2}$

التمرين الرابع: (06ن).

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ ب : $g(x)=(x-1)^2-2\ln(x-1)$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]1,+\infty[$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ ب: $f(x)=\frac{x-1}{2}+\frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$، (الوحدة : $2cm$).

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ >}}f(x)$ ،فسر بيانيا النتيجة. ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) - بين أنه من أجل كل x من المجال $]1,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)،ثم حدّد وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

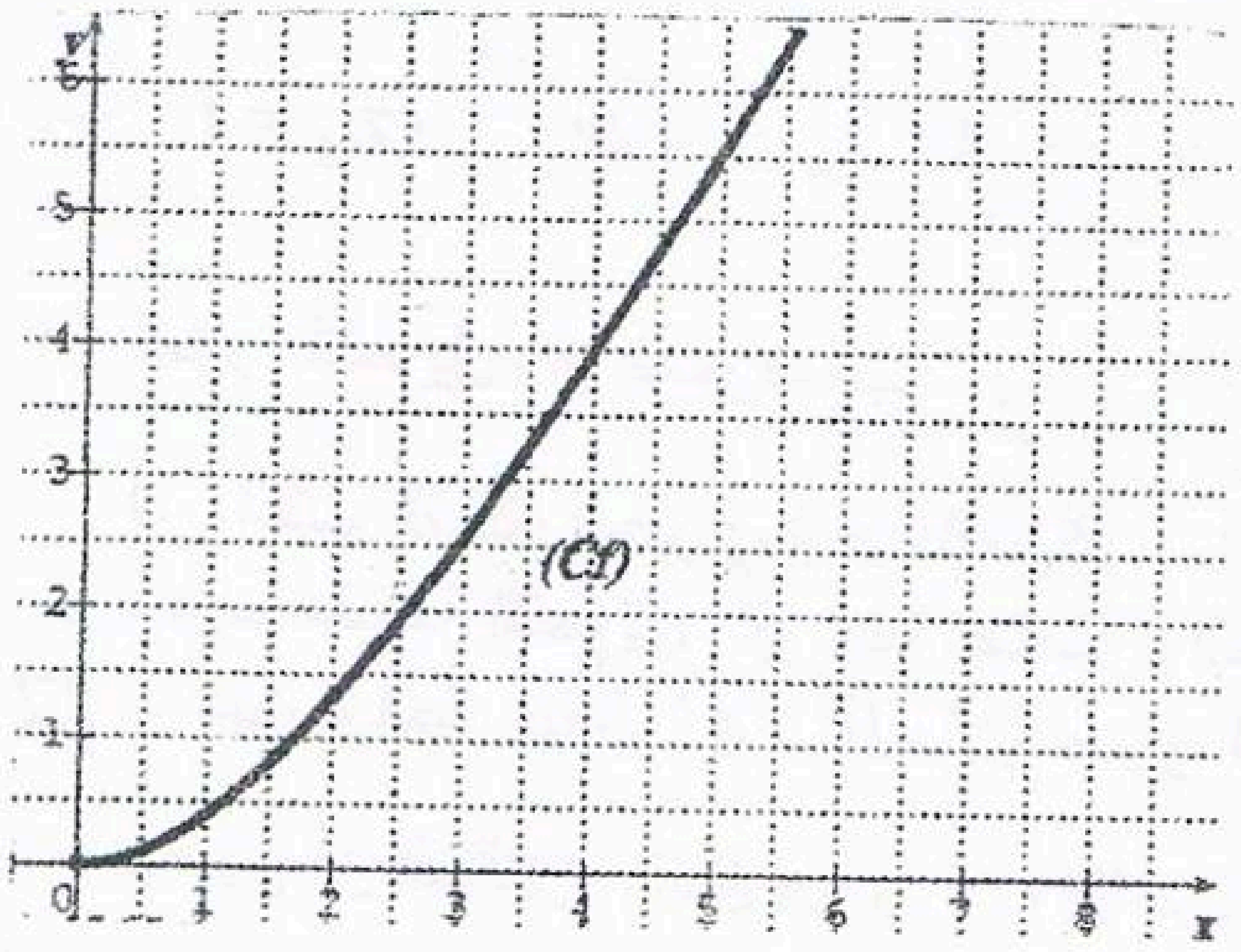
- بين أنه توجد نقطة وحيدة B يقبل فيها (C_f) مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ)،ثم اكتب معادلة المماس (T).

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $1,34<\alpha<1,35$

5) أنشئ (T)، (Δ)، (C_f).

الموضوع الثاني:

التمرين الأول(04ن)



الدالة العددية f معرفة على : $]0,+\infty[$ب: $f(x)=\dfrac{2x^2}{x+4}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ كما هو

مبين في الشكل.

1) بين أن الدالة f متزايدة تماما.

2) (U_n) المتتالية العددية المعرفة ب: $U_0=3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$ ، و (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $y=x$

أ- باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ،U_1 ،U_2 ،U_3 ،U_4 دون حسابها.

ب- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le U_n\le 3$

ب-بين أن المتتالية (U_n) متناقصة .

ج-استنتج أن (U_n) متقاربة.

4) أ- ادرس إشارة العدد $7U_{n+1}-6U_n$ واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le U_{n+1}\le \dfrac{6}{7}U_n$

ب-برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le U_n\le 3\left(\dfrac{6}{7}\right)^n$

ج-احسب نهاية المتتالية (U_n) عندما يؤول n إلى $+\infty$

التمرين الثاني(4,5ن)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1,0,2)$ ، $B(1,1,4)$ ، $C(-1,1,1)$

1) أ- بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC).

ب-عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون الشعاع $\vec{n}(a,b,-2)$ ناظميا للمستوي (ABC).

ج-استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2) ليكن المستويان (P) و (Q) المعرفين بمعادلتيهما: $(P):2x+y+2z+1=0$ و $(Q):x-2y+6z=0$

أ-بين أن المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيل وسيطي له.

ب-ادرس تقاطع المستويات الثلاثة: (P)، (Q) و (ABC).

3) نعتبر النقطة G_α مرجح للجملة المثقلة : $\{(A;2),(B;-\alpha),(C;\alpha)\}$

أ-عبّر عن الشعاع $\overrightarrow{AG_\alpha}$ بدلالة الشعاع $\overrightarrow{BC}$

ب-استنتج مجموعة النقط G_α لمّا يتغير α في $\mathbb{R}$.

ج-من أجل أي قيمة للعدد α يكون $ABCG_\alpha$ متوازي أضلاع.

التمرين الثالث(05ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ النقط: A، B و C التي لواحقها على الترتيب: $z_A = i$، $z_B = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$، $z_C = -1$

1) نعتبر التحويل S المعرف ب: $z' = 2e^{i\frac{\pi}{3}}z + 1 - i$

أ- اكتب الشكل الجبري للعدد المركب: $2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ثم استنتج العبارة المركبة للتحويل S.

ب- ما طبيعة التحويل S وما عناصره المميزة.

2) أ- عين لواحق النقط A'، B'، C' صور النقط A، B و C بالتحويل S.

ب-بين أن المثلثين ABC و $A'B'C'$ متشابهان.

3) أ- عين لاحقة النقطة G حيث G مرجح الجملة : $\{(A;3),(B;1),(C;-2)\}$

ب-عين $z_{G'}$ حيث : $G' = S(G)$.

4) نعتبر التحويل T الذي يرفق بكل نقطة M النقطة M' حيث: $\overrightarrow{MM'} = 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}$

أ- بين أن : $\overrightarrow{GM'} = \overrightarrow{MG}$

ب- ما طبيعة التحويل T وما عناصره المميزة.

التمرين الرابع(06,5ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$ ب: $f(x) = \dfrac{xe^x - x - 2}{e^x - 1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

I) 1) احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات تعريفها ،مفسرا النتائج بيانيا.

2)أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون: $f(x) = ax + \dfrac{b}{e^x - 1}$

3) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم : $f'(x) = \dfrac{e^{2x} + 1}{(e^x - 1)^2}$

4) ادرس اتجاه تغير الدالة f ،ثم شكل جدول تغيراتها.

II) 1) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') حيث: $y = x + 2$ و $y = x$ معادلتاهما على الترتيب.

2)حدد وضع المنحنى (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ) و (Δ').

3) احسب من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم : $[f(-x) + f(x)]$ ،فسر النتيجة هندسيا.

4) أنشئ (Δ)، (Δ') و (C_f).

III) من أجل كل $x > 0$ نعتبر الدالة F المعرفة ب: $F(x) = \dfrac{1}{2}x^2 + 2x - 2\ln(e^x - 1)$

- بين أن الدالة F هي دالة أصلية للدالة f.

تمنياتنا لكم بالتوفيق و النجاح في بكالوريا 2015 ....أساتذة المادة