

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

**التمرين الأول : (04 نقاط)**

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . نعتبر النقط  $A(1; -2; -1)$ ،  $B(3; -5; -2)$ ،  $C(-2; 0; 1)$  و

$D(-3; 1; 1)$  والمستوي  $(P)$  الذي معادلته:  $4x + y + 5z + 3 = 0$

- لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط**. عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل

1. تمثيل وسيطي للمستقيم  $(AB)$  هو :

$\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = -3\alpha - 2 \\ z = -\alpha - 1 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ (ج ،	$\begin{cases} x = -2\alpha + 1 \\ y = -3\alpha - 2 \\ z = -\alpha - 1 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ (ب ،	$\begin{cases} x = -2\alpha + 3 \\ y = -3\alpha - 5 \\ z = \alpha - 2 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$ (أ
---	--	---

2. المستقيمين  $(AB)$  و  $(CD)$  :

(أ) متوازيان	(ب) ليسا من نفس المستوي .	(ج) متقاطعان
--------------	---------------------------	--------------

3. وضعية المستقيم  $(AB)$  و المستوي  $(P)$

(أ) المستقيم $(AB)$ عمودي على المستوي $(P)$	(ب) المستقيم $(AB)$ محتوي في المستوي $(P)$	(ج) المستقيم $(AB)$ موازي للمستوي $(P)$
---	--	---

4. معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة  $[AB]$  هي :

(أ) $2x - 3y - z - 16 = 0$	(ب) $2x - 3y + z - 13 = 0$	(ج) $2x - 3y - z + 16 = 0$
----------------------------	----------------------------	----------------------------

**التمرين الثاني : (04,5 نقاط)**

(I) كثير حدود للمتغير المركب  $z$  حيث :

$$P(z) = (z - 1 - \sqrt{3} - i)(z^2 - 2z + 5)$$

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

(II) نعتبر النقط :  $A$  ،  $B$  ،  $C$  ذات اللواحق :  $z_A = 1 + 2i$  ،  $z_B = 1 + \sqrt{3} + i$  ،  $z_C = 1 - 2i$  على الترتيب

(أ) أكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$  على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسّي .

(ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي  $S$  الذي مركزه  $B$  و يحول النقطة  $A$  الى النقطة  $C$  ، مبينا عناصره المميزة .

(ت) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$

3. (أ) عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  والتي تحقق :  $|\bar{z} - 1 + 2i| = 2$  .

(ب) عين  $(\Gamma')$  صورة  $(\Gamma)$  بواسطة التحويل النقطي السابق  $S$  .

**التمرين الثالث : (04,5 نقاط)**

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحددها الأول  $u_0 = 3$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > 1$

2. (أ) بين أن  $u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n^2}{2 \left( \sqrt{\frac{u_n^2 + 1}{2}} + u_n \right)}$

(ب) استنتج اتجاه تغير  $(u_n)$ .

(ث) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

3. نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $v_n = u_n^2 - 1$

(أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حددها الأول .

(ب) أكتب بدلالة  $n$  كلا من  $v_n$  و  $u_n$ ، ثم احسب  $\lim u_n$

(ت) أحسب بدلالة  $n$  كلا من  $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2$  و  $P_n = \frac{1}{v_0} \times \frac{1}{v_1} \times \frac{1}{v_2} \times \dots \times \frac{1}{v_n}$

**التمرين الرابع : (07 نقاط)**

(I) لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]1; +\infty[$  ب:  $g(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

(1) أحسب نهايات  $g$  عند أطراف مجموعة تعريفها.

(2) أدرس تغيرات الدالة  $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]1; +\infty[$

(II) لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]1; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{x-1}{2} + \frac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ . (الوحدة  $2cm$ )

(1) أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  فسر النتيجة الأخيرة هندسيا . (تذكير :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ )

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]1; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(2) (أ) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$  مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$ .

(ب) حدد وضعية بالنسبة إلى  $(\Delta)$   $(C_f)$

(3) تحقق أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,34 < \alpha < 1,35$

(4) أنشئ  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(III) نعتبر الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $]-1; +\infty[$  :  $h(x) = \frac{1}{2}(\ln(x-1))^2$

(أ) بين أن الدالة  $h$  دالة أصلية للدالة :  $x \mapsto \frac{\ln(x-1)}{x-1}$

(ب) عين  $F$  الدالة الأصلية للدالة  $f$  على المجال  $]1; +\infty[$  التي تحقق :  $F(2) = 0$

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

نعتبر النقط  $A(1;1;3)$  ،  $B(-3;1;1)$  و  $C(-1;-1;0)$

(1) أ - بين ان النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستوي.

ب - عين الاعداد الحقيقية  $\alpha$  و  $\beta$  حتى يكون الشعاع  $\vec{n}(1;\alpha;\beta)$  شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$

ج - أكتب معادلة ديكرتية للمستوي  $(ABC)$

(2) لتكن  $(S)$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  من الفضاء حيث:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$

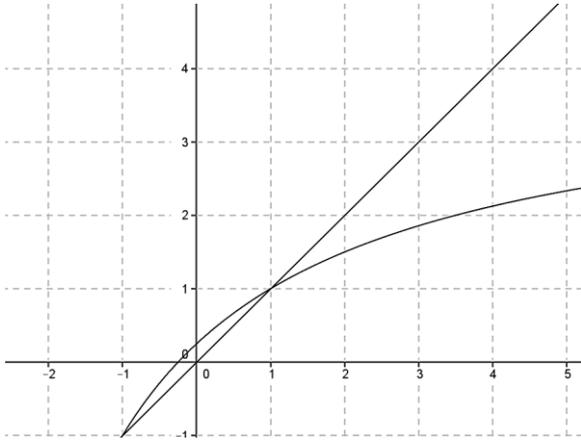
(أ) أثبت أن  $(S)$  سطح كرة يطلب تعيين مركزها  $\Omega$  ونصف قطرها  $R$ .

(ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(D)$  المار من  $\Omega$  و العمودي على  $(ABC)$ .

(ت) عين  $H$  نقطة تقاطع  $(ABC)$  و  $(D)$ .

(3) بين ان المستوي  $(ABC)$  و سطح الكرة  $(S)$  متقاطعان وفق دائرة  $(\Gamma)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثاني: (04,5 نقاط)



دالة عددية معرفة على  $[0; 5]$  ب:  $f(x) = \frac{4x+1}{x+4}$

(C) هو التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي المنسوب الى معلم متعامد

و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  و  $(\Delta)$  المنصف الأول كما هو مبين في

الشكل ( أعد رسم البيان على ورقة الاجابة )

1. حدد اتجاه تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $[0; 5]$

2. نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كمايلي :

$$\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(أ) بأستعمال المنحنى  $(C)$  و المستقيم  $(\Delta)$  مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها

(ت) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > 1$

(ث) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة ، استنتج انها متقاربة ، ماهي نهايتها ؟

3. نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(أ) بين أن  $(v_n)$  متتاليه هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول

(ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج أن  $u_n = \frac{5^{n+1} + 3^{n+1}}{5^{n+1} - 3^{n+1}}$  ثم احسب  $\lim u_n$

4. أحسب بدلالة  $n$  كل من  $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$  و  $P_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times \dots \times v_n$

**التمرين الثالث : (04,5 نقاط)**

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة  $C$  المعادلة  $(\bar{z} + \sqrt{3} + 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$ .
2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط :  $A, B, C$  التي لواحقها :  $z_A = 3 + i\sqrt{3}$  ،  $z_B = 3 - i\sqrt{3}$  ،  $z_C = -\sqrt{3} + 3i$  على الترتيب
  - أ) أكتب كل من  $z_A$  و  $z_C$  و  $\frac{z_C}{z_A}$  على الشكل الأسّي . ثم إستنتج طبيعة المثلث  $OAC$
  - ب) أحسب العدد  $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{1436} - \left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}$
3. لتكن  $D$  نظيرة  $C$  بالنسبة لمحور الفواصل.
4. أكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_A}$  على الشكل الجبري ، ثم استنتج طبيعة الرباعي  $ABDC$
5. نعتبر التحويل النقطي  $P$  الذي يحول النقطة  $A$  الى النقطة  $C$  و يحول النقطة  $D$  الى النقطة  $B$ 
  - أ) عين طبيعة التحويل النقطي  $P$  مع تعيين خصائصه المميزة
  - ب) أكتب العبارة المركبة و العبارة التحليلية لـ  $P$
  - ت) بين أن النقط  $A, B, C, D$  تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

**التمرين الرابع : (07 نقاط)**

- $I$  لتكن الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 2e^x - x - 2$
1. ادرس تغيرات الدالة  $g$ .
  2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]-1,6; -1,5[$
  3. أحسب  $g(0)$  ، ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$
- $II$  لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، حيث  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 5cm$
- 1) أ. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .  
ب. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = e^x \cdot g(x)$  (حيث  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$ )  
ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .
  - 2) بين أن  $f(\alpha) = -\left(\frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4}\right)$  ، ثم استنتج حصرا لـ  $f(\alpha)$
  - 3) أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .
  - 4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة :  $me^{-x} = e^x - x - 1$
- $III$  بإستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن  $\int_{-2}^0 (x+1)e^x dx = 2e^{-2}$
- أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و بمحور الفواصل و بالمستقيمين  $x=0$  و  $x=-2$