

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

اختر الإجابة الصحيحة و الوحيدة في كل حالة مما يلي مع التبرير

- (1) الدالة f المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = 3e^{-2x} - 4$ هي حل للمعادلة التفاضلية :
 أ) $y' + 2y = 8$ ب) $y' + 2y = -8$ ج) $y' = y - 8$
- (2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z - 2e^{i\theta} = 2 - i$ مع $\theta \in [0; \pi]$ هي:
 أ) القطعة $[AB]$ حيث $A(2; -1)$ و $B(0; 1)$
 ب) الدائرة ذات المركز $A(2; -1)$ و نصف القطر 2.
 ج) نصف الدائرة ذات المركز $A(2; -1)$ و نصف القطر 2.
- (3) الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط : $A(1, -1, -1)$, $B(1, 1, 1)$, $C(0, 3, 1)$
 قياس الزاوية \widehat{BAC} مقدرة بالراديان بتقريب 10^{-1} هو:
 أ) $22, 2^0$ ب) $0, 4^0$ ج) $67, 8^0$
- (4) الجدول المقابل يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية
 تباين قانون الإحتمال هو:
 أ) $2,5$ ب) $1,25$ ج) $1,12$

x_i	1	2	3	4
P_i	0,2	0,4	0,1	0,3

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط $A(2,1,0)$, $B(2,-1,-2)$, $C(0,1,-2)$ والمستوي (P) الذي: $0 = x + y - z - 3$ معادلة له.

- بين أن النقط A , B , C تنتمي إلى (P) .
- نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء التي تحقق : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 4z + 5 = 0$.
 أ. بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها I و نصف قطرها R .
 ب. بين أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة (C) محيطة بالمثلث ABC .
 ت. بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.
- ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل I و العمودي على (P) .
 أ. عين تمثيلا وسيطيا ل (Δ) .
 ب. عين إحداثيات G نقطة تقاطع (Δ) و (P) .
 ت. تحقق أن G مركز ثقل المثلث ABC ثم استنتج مركز الدائرة (C) و نصف قطرها.

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة IR المعادلة: $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$.
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، وحدة الطول $1cm$ ، النقاط A, B, C التي لاحقاً على الترتيب: $z_C = -\sqrt{3} + i$ ، $z_B = 4\sqrt{3} + 4i$ ، $z_A = 4\sqrt{3} - 4i$.
 - أ. أكتب كل من z_B و z_A على الشكل الأسّي.
 - ب. عين العدد الطبيعي n حتى يكون: $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي .
 - ث. هل $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2016}$ حقيقي ؟
 - د. عين طبيعة المثلث OAB .
3. اكتب العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$.
4. أ. أحسب لاحقة D صورة C بالدوران r .
 ب. بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O; -1); (D; 1); (B; 1)\}$ هي $z_G = 4\sqrt{3} + 6i$.
 ج. اثبت ان النقط C, D و G على استقامة واحدة.
 د. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $-|z|^2 + |z - z_D|^2 + |z - z_B|^2 = 20$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

- I. لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} ب : $f(x) = \frac{3e^x - 1}{e^x + 1}$

يرمز (C_f) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ؛ (وحدة الطول $2cm$)

 - 1- أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة هندسياً .
 ب) احسب $f'(x)$ و ادرس إشارته ثم شكل جدول تغيرات f .
 - 2- أ) x عدد حقيقي كفي من \mathbb{R} ؛ احسب $f(-x) + f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسياً .
 ب) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيها .
 - 3- لتكن الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = f(x) - x$
 - أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.
 - ب) بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g'(x) = \frac{-(e^x - 1)^2}{(e^x + 1)^2}$
 - ت) ادرس إشارة $g'(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات g
 - ث) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α في المجال $]2, 7[; 2, 8[$. ثم استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .
 - 4- عين إحداثي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل ثم أنشئ (C_f) و المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$.
- II. (U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N} ب: $U_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1} = f(U_n)$.
 - 1- باستخدام (C_f) و المستقيم (Δ) ، مثل- و دون حساب- الحدود U_0, U_1, U_2 ، على حامل محور الفواصل.
 - 2- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $1 \leq U_n \leq \alpha$.
 - 3- أ) تحقق أن $U_{n+1} - U_n = g(U_n)$ و استنتج من إجابة السؤال 3- ث (الفرع الأول) أن (U_n) متزايدة.
 ب) استنتج أن (U_n) متقاربة.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4,5 نقطة):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كمايلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) أ- أرسم في معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) المستقيمين $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$ و $(D'): y = x$.

ب - مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 ، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n > 3$.

د - ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . استنتج تقارب المتتالية (u_n) .

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

(3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كمايلي: $w_n = \ln v_n$.

أ - بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب - نعتبر المجموع: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$

بين أن $S_n = 2 \left(\frac{3}{2} \right)^{n+1} + n - 1$

التمرين الثاني (4 نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط :

$A(1, 2, 7)$ ، $B(2; 0; 2)$ ، $C(3; 1; 3)$ ، $D(3; - 6; 1)$ و $E(4; - 8; - 4)$

(1) بين أن النقط A ، B و C ليست في إستقامة.

(2) ليكن \vec{u} شعاعا من الفضاء مركباته $(1, b, c)$ حيث b و c عددا حقيقيان.

أ - عين b و c بحيث يكون \vec{u} شعاعا ناظما للمستوي (ABC) .

ب - استنتج أن: $x - 2y + z - 4 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوي (ABC) .

ج - هل النقطة D تنتمي إلى المستوي (ABC) ؟

(3) نعتبر المستقيم (D) الذي تمثيله الوسيطى: $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

أ - هل المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC) .

ب - عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (ABC) .

ج - ادرس وضعية المستقيم (DE) بالنسبة إلى المستوي (ABC) .

التمرين الثالث (5 نقاط):

1 من أجل كل عدد مركب z نضع: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

أ) احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون: $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$

ب) حل في \mathbb{C} المعادلة $P(z) = 0$.

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (o, \bar{u}, \bar{v}) . وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط G, C, B, A لواقعها على الترتيب: $z_G = 3, z_C = 2 - i\sqrt{3}, z_B = 2 + i\sqrt{3}, z_A = -1$.
 (أ) مثل النقط G, C, B, A .

(ب) عين عمدة للعدد المركب $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACG و احسب مساحته .

3- (أ) أثبت أن النقطة G مرجح الجملة المتقلة: $\{(A, -1); (B, 2); (C, 2)\}$

(ب) عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $(-\overline{MA} + 2\overline{MB} + 2\overline{MC}) \cdot \overline{CG} = 12$

4- نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = (1 + i\sqrt{3})z - i\sqrt{3}$

(أ) تعرف على طبيعة التحويل S و اذكر عناصره المميزة.

(ب) عين G', C', A' صور النقط G, C, A على الترتيب بالتحويل S ثم استنتج مساحة المثلث $A'C'G'$.

التمرين الرابع: (6,5 نقطة)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على \mathbb{R}^* حيث:

$$f(x) = 2x - 2 + \ln\left(\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2}\right)$$

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) أحسب $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 2)]$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

(3) أ. بين أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{2(x-1)(x^2 - x + 2)}{x(x^2 - 2x + 2)}$

ب. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(4) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x - 2$

(5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left] -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3} \right[$ حيث: $f(\alpha) = 0$

(6) استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

(7) عين النقطة من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) . ثم أكتب معادلة له.

(8) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

(9) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x) = 2x + m$.

(10) F دالة أصلية لـ f على المجال $] -\infty; 0[$.

* عين اتجاه تغير الدالة F

ب* أعط تفسيراً هندسياً للعدد $\int_{\alpha}^{-1} f(x) dx$ دون حسابه.

تأنياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا