الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — دورة : ماي 2016

الشعبة:علوم تجريبية — ثانوية الاخوة بوجمعة –ابن باديس

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :3 ساعات ونصف

الإمتــحان التجـريبي في مــادة الرياضيات

على المترشح أن يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الاول : (04 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على □ كما يلي : $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1}$.

1- أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $1 < u_n < 2$.

ب-بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أنها متقاربة .

2- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = \ln(u_n - 1)$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم أحسب نهاية المتتالية (u_n) .

ج) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = (u_0 - 1)\times(u_1 - 1)\times\cdots\times(u_n - 1)$.

– أكتب P_n بدلالة n ، ثمّ أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} P_n$

التمرين الثاني (5نقاط):

من أجل كل عدد مركب $\mathbb{Z}$ نضع : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

1– أ) احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a b بحيث يكون : $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

2– المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$. وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط G, C, B, A لواحقها على الترتيب: $z_G = 3, z_C = 2 - i\sqrt{3}, z_B = 2 + i\sqrt{3}, z_A = -1$

عين عمدة للعدد المركب : $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACG و احسب مساحته .

3–أ) أثبت أن النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,-1);(B,2);(C,2)\}$

ب)عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG} = 12$

4–نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' حيث: $z' = (1 + i\sqrt{3})z - i\sqrt{3}$

أ) تعرف على طبيعة التحويل S و اذكر عناصره المميزة.

ب)عين G', C', A' صور النقط G, C, A على الترتيب بالتحويل S ثم استنتج مساحة المثلث $A'C'G'$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{J};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(1;1;1)$ ، $B(1;-1;0)$ و $C(2;0;1)$

1 بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا (P_1) يطلب تعيين معادلة له

.2 (P_2) المستوي الذي معادلته $x-2y-2z+6=0$

* بين أن (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

.3 بين أن النقطة O هي مرجح الجملة : $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$

.4 أ) عين (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{5}$

ب) احسب إحداثيتي D و E نقطتي تقاطع (S) و (Δ)

جـ) ما هي طبيعة المثلث ODE ؟ ثم استنتج المسافة بين O و (Δ)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $g(x)=x^2-2x-4\ln(x-1)$

(Γ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. كما هو مبين في الشكل المقابل .

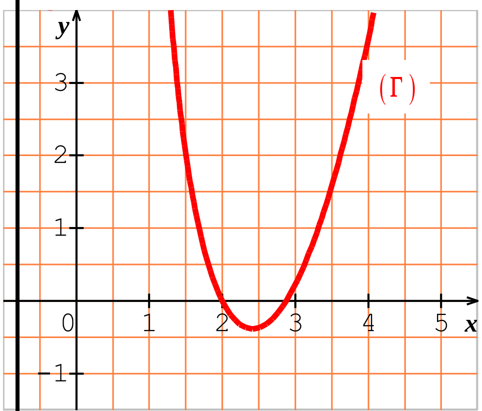
بقراءة بيانية للمنحنى

1) أحسب $g(2)$ ؛ ثم بين أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث : $2{,}87<\alpha<2{,}88$.

2) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1,+\infty[$ حيث : $f(x)=x-3+\dfrac{4\ln(x-1)}{x-1}+\dfrac{5}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.



1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ ؛ وفسر النتيجة بيانيًا ؛ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ–بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب–أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) أ–بيّن أنّه من أجل كل x من $]1,+\infty[$ لدينا : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$.

ب–إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha)=3{,}9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1,+\infty[$ كما يلي: $h(x)=\left[\ln(x-1)\right]^2+5\ln(x-1)$.

أ–أحسب $h'(x)$ ؛ ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$.

ب–أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و محور الفواصل وبالمستقيمين: $x=2$ و $x=5$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء النقط $A(2,0,-1)$; $B(3,2,0)$; $C(1,-1,-1)$; $D(4,1,1)$

1) أ- بين أن النقط C, B, A تعين مستويا.

ب- تحقق ان الشعاع $\vec{n}(1,-1,1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ،ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2) أ- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ) الذي يشمل D و يعامد المستوي (ABC)ثم تحقق ان $B \in (\Delta)$.

ب- اكتب تمثيلا للمستقيم (Δ') الذي يشمل A و الموجه بالشعاع $\vec{U}(4,2,4)$

ج - عين احداثيات نقطة تقاطع (Δ) مع (Δ')

3) عين طبيعة كل من المثلثين BCD و ABD

احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

4) (S)سطح الكرة التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$

أ- عين احداثيات النقطة Ω مركز سطح الكرة (S) ونصف قطرها R

ب- بين ان المستوي (ABC) يقطع سطح الكرة (S) وفق دائرة (γ) يطلب حساب نصف قطرها r .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود $p(z)$ حيث: $p(z)=z^3-z^2+11z-51$

1) أ) احسب $p(3)$ ماذا تستنتج؟.

ب) عين العددين الحقيقيين a و b حيث: $p(z)=(z-3)(z^2+az+b)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=0$ ..

2) المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ علم النقط $A; B; C$

التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A=3$, $Z_B=-1+4i$, $Z_C=-1-4i$.

- أحسب طويلة وعمدة للعدد $\frac{Z_B-Z_A}{Z_C-Z_A}$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC .

3) أ- عين Z_ω لاحقة النقطة W منتصف القطعة $[AC]$ ...

ب- عين Z_D لاحقة النقطة D صورة W بالتحاكي Hالذي مركزه B نسبته 2

ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج - عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S الذي مركزه B ويحول النقطة C الى النقطة E

ذات اللاحقة $Z_E=7-4i$

4) عين العددين الحقيقيين α و λ (حيث $\alpha+\lambda\neq-1$) حتى تكون النقطة W

مرجح الجملة $\{(B,1);(C,\alpha);(E,\lambda)\}$.

5) عين (Ψ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث : $\left\|\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{ME}\right\|=8\sqrt{10}$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$.

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $u_n \rangle 3$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج حول تقاربها ؟

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث : $v_n = 2^n.3^{1-n}$.

أ) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول .

ب) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $v_n = u_n - 3$ ، ثم استنتج $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $w_n = \ln v_n$.

أ) بين أنّ (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) ليكن المجموع : $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots\dots + \frac{u_n}{v_n}$. بين أن : $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$

التمرين الرابع: (07 نقاط).

I–لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\Re$ بـ: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2xe^{2x}$.

1. عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

2. أدرس إتجاه تغير الدالة fوشكل جدول تغيراتها .

3. أحسب $g(0)$ ؛ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\Re$.

II–لتكن الدالة العددية fالمعرفة على $\Re$ كما يلي : $f(x) = x + 3 - xe^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $2cm$)

1. عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

2. بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له .

3. أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4. أ–برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = g(x)$.

ب–إستنتج إتجاه تغير الدالة fوشكل جدول تغيراتها .

5.بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث : $-3,5 < \alpha < -3$ و $0.5 \prec \beta \prec 1$

6.أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) .

7.أ–باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب $\int_{-1}^{0} -xe^{2x}dx$

ب– استنتج بـ : cm^2مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات: $y = x + 3$ و $x = -1$ و $x = 0$.