الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان تجريبي بكالوريا التعليم الثانوي — دورة : ماي 2016

الشعبة : علوم تجريبية — مديرية التربية لولايـــــــة قالمة

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

1. الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ نعتبر النقط $A(1;2;7)$, $B(2;0;2)$, $C(4;2;4)$, $D(3;5;-1)$

أ- بين أن النقط A, B, C تعين مستو.

ب-عين طبيعة المثلث ABC ثم أحسب مساحته.

جـ-.بين أن $\vec{n}(1;b;c)$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC) حيث b و c عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

د- تحقق أن المعادلة $x-2y+z-4=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2.ليكن المستقيم (Δ) حيث الجملة التالية : $\begin{cases} x=2t+3 \\ y=-4t+5 \\ z=2t-1 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ تمثيلا وسيطيا له.

أ- بين أن المستوي (ABC) عمودي على المستقيم (Δ).

ب- عين إحداثيي H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC) ثم أحسب المسافة بين D و النقطة H

جـ- بين أن ABCD هو رباعي وجوه ثم أحسب حجمه.

التمرين الثاني: (5 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O\ ;\ \vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط A,B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=1-2i$, $Z_B=-2+2i$, $Z_C=1$. ولتكن (δ) الدائرة التي قطرها القطعة المستقيمة [AB].

1. أ- عين اللاحقة Z_Ω للنقطة Ω مركز الدائرة (δ) ونصف قطرها r.

ب- D نقطة لاحقتها $z_D=\dfrac{3+9i}{4+2i}$ أكتب z_D على الشكل الجبري ثم بين أن D نقطة من الدائرة (δ).

2. لتكن E نقطة من الدائرة (δ) ذات اللاحقة z_E بحيث : $\left(\overrightarrow{\Omega C};\overrightarrow{\Omega E}\right)=\dfrac{\pi}{4}$

أ) حدد طويلة وعمدة للعدد $z_E+\dfrac{1}{2}$ واستنتج أن : $z_E=\dfrac{5\sqrt{2}-2}{4}+\dfrac{5\sqrt{2}}{4}i$

ب) ليكن التحويل النقطي r الذي يرفق بكل نقطة M(z) النقطة M′(z′) بحيث : $z'+\dfrac{1}{2}=e^{\frac{\pi}{4}i}\left(z+\dfrac{1}{2}\right)$

حدد طبيعة التحويل r وعناصره المميزة .

3. (Δ)هو مجموعة النقط M ذات اللاحقة z والتي تحقق : $\arg(z)=\arg(\overline{z})+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$

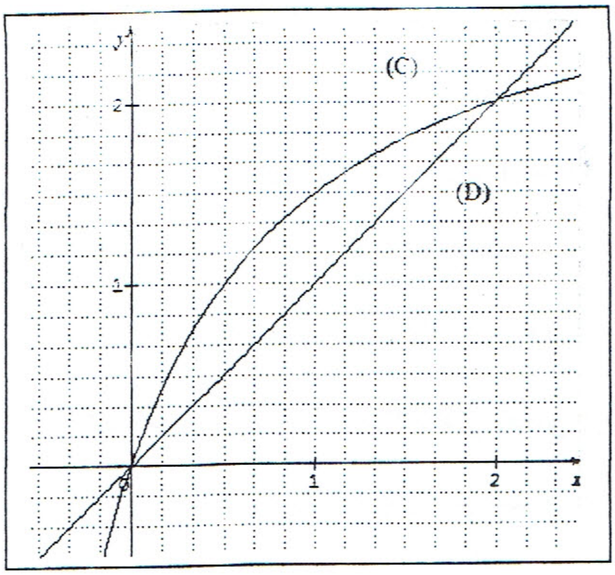
بين أن (Δ) هو محور الفواصل بإستثناء النقطة O.

التمرين الثالث :(4.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = h(u_n)$

1) لتكن h الدالة المعرفة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كمايلي $h(x) = \frac{3x}{x+1}$ و (C) تمثيلها البياني و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = x$ في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس . (أنظر الشكل)

أ/ أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3.مظهرا خطوط الرسم



ب/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n < 2$

ب- أثبت أن (u_n) متزايدة تماما .هل هي متقاربة ؟.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n = 1 - \frac{2}{u_n}$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

جـ - أحسب نهاية (u_n).

التمرين الرابع : (6.5 نقاط)

لتكن f دالة عددية معرفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x) = \frac{xe^x - x - 2}{e^x - 1}$ وليكن (C_f)منحناها البياني في معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

I. 1)أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها مفسرا النتائج بيانيا.

2)أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون $f(x) = ax + \frac{b}{e^x - 1}$

3)أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم : $f'(x) = \frac{e^{2x} + 1}{(e^x - 1)^2}$

4)أدرس اتجاه تغير الدالة fثم شكل جدول تغيراتها.

II. 1-بين أن (C_f) منحنى الدالة f يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') حيث $y = x + 2$ و $y = x$ معادلتاهما على الترتيب.

2. حدد وضعية المنحني (C_f) بالنسبة لكل من المستقيمين (Δ)و (Δ') .

3. بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين x_1 و x_2 حيث $x_1 \in]1.05\ ;1.10[$ و $x_2 \in]-2.30;\ -2.20[$

4-أحسب من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $[f(-x) + f(x)]$ فسر النتيجة هندسيا.

5-أرسم المستقيمين (Δ) و (Δ') وأنشئ المنحنى (C_f).

6-ليكن m عدد حقيقي ناقش بيانيا حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x) = x + m$.

III. من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما نعتبر الدالة F المعرفة بـ : $F(x) = ax^2 + bx + c[\ln(e^x - 1)]$

أوجد الأعداد الحقيقية b,a و c حتى تكون F دالة أصلية للدالة f.

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(5نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط $A(1;1;1)$ ، $B(1;-1;0)$ ، $C(2;0;1)$
والمستوي (P) ذو المعادلة : $x-2y-2z+6=0$

1. بين أن النقط B,A و C تشكل مستو.
2. بين أن $x+y-2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
3. بين أن المستويان (P) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) الذي يشمل $E(-2;2;0)$ و $\vec{u}(2;0;1)$ شعاع توجيه له.
4. أثبت أن النقطة O هي مرجح الجملة $\{(A,1)(B,1)(C,-1)\}$
5. أ)عين (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{3}$

ب)أحسب إحداثيي D و E نقطتي تقاطع (S) و (Δ).

ج)ماهي طبيعة المثلث ODE ثم استنتج المسافة بين النقطة O والمستقيم (Δ).

التمرين الثاني :(5 نقاط)

-1 نعتبر في $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)=z^3+\left(-2\sqrt{3}+i\right)z^2+\left(4-2i\sqrt{3}\right)z+4i$

أ. بين أن من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z+i)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)$

ب. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$

نرمز بـz_0، z_1 و z_2 إلى حلول المعادلة حيث z_1 الحل الذي جزؤه التخيلي موجب و z_2 الحل الذي جزؤه التخيلي سالب و z_0 الحل الآخر.

ج. أكتب العدد المركب L على الشكل الأسي حيث : $L=\frac{z_1}{z_2}$.

د. عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي موجب تماما.

-2 في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط B,A و C التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ ، $z_C=-i$

أ. مثل النقط B,A و C مبينا كيفية الإنشاء هندسيا.

ب. أحسب $\frac{z_B-z_C}{z_B-z_A}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ج. عين مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $\left\|3\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\frac{3}{2}\overrightarrow{MC}\right\|=5$ حيث G مرجح الجملة $\{(A;6)(B;-4)(C;3)\}$

د. عين العناصر المميزة للتشابه المباشر S حيث $S(A)=C$ و $S(B)=B$.

التمرين الثالث : (4 نقاط)

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عددية معرفة كمايلي : $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \frac{3}{2}u_n^{\,2} \end{cases}$ حيث $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$

1) عين قيم α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

2) نفرض أن $\alpha \neq \frac{2}{3}$ ونضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \ln u_n + \ln\frac{3}{2}$.

أ. بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0 بدلالة α.

ب. أكتب عبارة v_n بدلالة n و α .

ج. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n = \frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2^n}$

د. عين قيم العدد الحقيقي α بحيث تكون (u_n) متقاربة.

التمرين الرابع :(6 نقاط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x) = x - 3 + \ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2 \prec \alpha \prec 3$. استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f(x) = \left(1 - \frac{1}{x}\right)\left(-2 + \ln x\right) + 2$

(C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- أحسب نهايتي الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2- أدرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3- أرسم (C_f) التمثيل البياني للدالة f .

III.1- بين أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$: $f(x) - \ln x = \frac{2 - \ln x}{x}$

ثم استنتج الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمنحني $(C_{\ln})$ الممثل للدالة ln.

2- نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$

3- بين أن H دالة أصلية للدالة h على المجال $]0;+\infty[$ حيث : $h(x) = \frac{\ln x}{x}$

4- أحسب مايلي : $\int_1^{e^2} \frac{2 - \ln x}{x}dx$ ثم فسر النتيجة هندسيا.