الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية : بوجادي بوقرة - عين الروى -

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة : ماي 2016

الشعبة :علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة :03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04.5 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2+2\sin(2\theta)\,z+4sin^2\theta=0 \;...\; (1)$

1. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (1) ثم أكتب الحلين على الشكل المثلثي. مع $\theta\in[0;\pi]$
2. عيـن في حالة $\theta=\frac{\pi}{4}$ الحلين Z_1 و Z_2 حيث Z_1 جزؤه التخيلي موجب.

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس نعتبر النقط A ، B و C والتي لواحقها على الترتيب:
$z_A=-1+i$ ، $Z_{\mathrm{B}}=-1-\mathrm{i}$ و $Z_C=-Z_A$

1- عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث: $\arg\left(\frac{Z-Z_C}{Z_A-Z_C}\right)=-\frac{\pi}{2}$.

2- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث تكون $G(\,1\,;\,1\,)$ مرجح الجملة: $\{(A;a),(B;b),(C;1)\}$.

3- عين (E) مجموعة النقط $M(x;y)$ ذات اللاحقة Z حيث: $Z-Z_G=\sqrt{2}e^{i\,\theta}$ مع $\theta\in\mathbb{R}$

4- عين طبيعة التحويل (T) الذي مركزه G و يحول A إلى B ، وما هي عناصره المميزة.

5- عين $(\acute{E})$ صورة (E) بالتحويل (T) . يطلب تعيين عناصرها المميزة.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$. نعتبر النقط : $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$

1. أ) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم عين الطولين AB و AC

   ب) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$ بالدرجة، ثم استنتج أن A ،B و C ليست في استقامية.

2. تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي: $2x-y+2z+2=0$
3. (p) و $(\grave{p})$ مستويين في الفضاء معرفين بـ معادلتيهما على الترتيب: $x+y-3z+3=0$ و $x-2y+6z=0$

- بين أن المستقيم (Δ) المعرف بـتمثيله الوسيطي $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases}x=-2\\y=3t-1\\z=t\end{cases}$ هو تقاطع (p) و $(\grave{p})$.
- استنتج أن المستويات (p) ، $(\grave{p})$ و (ABC) تشترك في نقطة واحدة يطلب تعيين إحداثياتها.

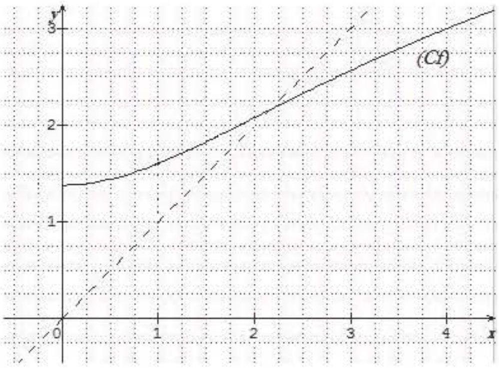
4. - بين أن (S) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث:
$x^2+y^2+z^2-2x+6y-2z+2-m^2=0$ هي سطح كرة يطلب تعين مركزها وطول نصف قطرها. حيث m عدد حقيقي.

عين قيمة m في الحالتين: أ/ المستوي (ABC) يمس سطح الكرة (S).

ب/ المستقيم (Δ) يقطع سطح الكرة (S) في نقطتين متمايزتين .

التمرين الثالث :(04 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\ln(x^2+4)$



I. نعتبر الدالة g المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-x$

1. أدرس تغيرات الدالة f ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in[2;3]$ واستنتج أن α هو الحل الوحيد للمعادلة $f(x)=x$.

II. نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

(φ) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس، (Δ) المستقيم الذي معادلته: $y=x$.

1. أعد الرسم ، ثم مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 على محور الفواصل.
2. برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي n فإن : $1\le U_n\le\alpha$.
3. بيـن أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I. f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=e^{2x}-e^{x}+1-x$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$
2. أ- بين أن (C_f) يقبل خط مقارب مائل (Δ) بجوار $-\infty$ ، يطلب تعييـن معادلة له .
   ب- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).
3. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ وأعط تفسيرا هندسيا للنتيجة.
4. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
5. أوجد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الموازي لـ (Δ).
6. بيــن أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها.
7. أرسم (T)، (Δ) و (C_f).
8. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $e^{2x}-e^{x}=m-1$.
9. n عدد طبيعي غير معدوم، حيث $A(n)$ هي مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=\ln n$ ، $x=\ln(n+1)$ و $y=-x+1$
   أ- بين أن: $A(n)=(4n-2)cm^2$
   ب- نضع $U_n=A(1)+A(2)+\cdots+A(n)$ ، - أكتب U_n بدلالة n.

II. نسحب في آن واحد كرتين من كيس يحتوي على **4** كريات مرقمة بالعدد $A(1)$ ، و **3** كريات مرقمة بالعدد $A(2)$ و **5** كريات مرقمة بالعدد $A(3)$ ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة لكرتين عدد مرات ظهور العدد $A(3)$

- أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب $E(X)$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) : $\left(z+\sqrt{3}-1\right)\left(z^2-2z+4\right)=0$

ب- في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط A ، B و C

والتي لواحقها على الترتيب: $z_A=1-\sqrt{3}$ ، $Z_B=1+i\sqrt{3}$ و $Z_C=1-i\sqrt{3}$.

1- أكتب كلا من Z_A ، Z_B و Z_C على الشكل الأسي ، ثم بين أن: $Z_B^{2016}+Z_C^{2016}=2^{2017}$.

2- بين أن من أجل $n\in\mathbb{N}$ فإن : $Z_B^n+Z_C^n$ عدد حقيقي، ثم عين قيم n بحيث: $Z_B^n+Z_C^n=2^n$.

3- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة و عمدة العدد المركب: $\frac{Z_A-Z_C}{Z_A-Z_B}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

4- عين اللاحقة Z_G للنقطة G منتصف القطعة $[BC]$ ، ثم احسب الطولين BC و GA .

5- نسمي (S) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z و التي تحقق: $BM^2+CM^2=12 \ldots\ldots (1)$

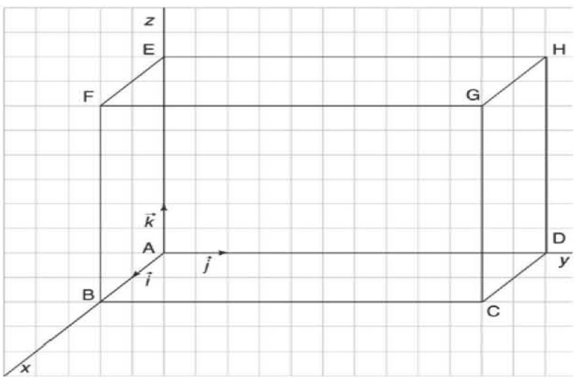
- تحقق أنه من أجل كل نقطة M من المستوي : (1) تكافئ : $\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CM}=0 \ldots\ldots (2)$
- بين أن A تنتمي للمجموعة (S)، ثم حدد طبيعة المجموعة (S) مع تحديد عناصرها المميزة.
- علم بدقة النقط A ، B ، C و G ثم أنشئ (S).

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(A;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر متوازي المستطيلات القائم المعرف بـ :
$\overrightarrow{AB}=2\vec{i}$ ، $\overrightarrow{AD}=6\vec{j}$ و $\overrightarrow{AE}=4\vec{k}$

النقط I ، J ، K هي منتصفات القطع: $[EF]$ ، $[FB]$ ، $[AD]$ على الترتيب.

1. جد إحداثيات النقط B ، D ، F و E ثم تحقق حسابيا أن إحداثيات النقط I ، J ، K هي $(1;0;4)$ ، $(2;0;2)$ ، $(0;3;0)$ على الترتيب.



2. (P_1) المستوي الذي معادلته: $y=0$ و (P_2) المستوي الذي معادلته: $2x+z=6$
   - بين أن تقاطع (P_1) و (P_2) هو المستقيم (IJ)
3. أثبت أن الشعاع $\vec{n}(2;2;1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (IJK)، ثم عين معادلة ديكارتية له.
4. نعتبر سطح الكرة (S) ذو المركز F و طول نصف القطر 1.

أ- أحسب المسافة بين النقطة F و المستوي (IJK)

ب- استنتج أن (S) يقطع (IJK) في دائرة (C) يطلب تعيين مركزها ω و طول نصف قطرها r.

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_n = e^{2n} - e^{2(n-1)}$

1. أ- بين أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول U_0

ب- أكتب بدلالة n ، S_n حيث: $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.

ج- استنتج المجموع $\acute{S}_n$ حيث: $\acute{S}_n = S_0 + S_1 + \cdots + S_n$

2. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \sqrt{S_n + e^{-2}}$

أ- أكتب V_n بدلالة n .

ب- أحسب بدلالة n ،المجموع A_n حيث: $A_n = \frac{1}{V_0^3} + \frac{1}{V_1^3} + \cdots + \frac{1}{V_n^3}$.

ج- أحسب $\lim_{n \to +\infty} A_n$

3. لتكن المتتالية (W_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $W_n = \ln(V_n)$

أ- بيــن أن المتتالية (W_n) متتالية حسابية ثم أحسب B_n حيث: $B_n = W_0 + W_1 + \cdots + W_n$

ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $V_0 \times V_1 \times \ldots \times V_n = \sqrt{e^{n^2+n}}$

التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلــي: $g(x) = \frac{1}{x} - 1 - 2lnx$

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ كما يلــي: و $\begin{cases} f(x) = x - x^2\, lnx & ;\ x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

ليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\| = 3cm$

1. أ- بين أن الدالة f مستمـــرة على يميـــن العدد 0.

ب- أحسب $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة جبريا و هندسيا.

ج- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، ثم بين أن $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ و فسر النتيجة هندسيا.

2. بيــن أنه من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ فإن: $\acute{f}(x) = x.g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. بيــن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا على الأقل $\propto$ حيث: $0 \leq \propto \leq 2$
4. أنشئ (C). (نضع $\propto = 1.7$)
5. أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب: $I(\propto) = 9\int_1^{\propto}(x - f(x))dx$. فسر العدد $I(\propto)$ هندسيا.

ب- تحقق أن : $I(\propto) = (-\propto^3 + 3\propto^2 + 1)cm^2$.

6. لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = |x| - x^2\, ln|x|\ \ (x \neq 0)$ مع $h(0) = 0$

ت- بين أن الدالة h دالة زوجية.

ث- أنشئ (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من المنحنى (C) في نفس المعلم السابق.

III. نسحب في آن واحد كرتين من كيس يحتوي على 4 كريات مرقمة بالعدد $I(0)$ ، و 3 كريات مرقمة بالعدد $I(1)$ و 5 كريات مرقمة بالعدد $I(2)$ ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبة لكرتين عدد مرات ظهور العدد $I(0)$

- أكتب قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب $E(X)$.