الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية الوطنية لولاية سكيكدة **ثانوية :أسامة بن زيد + بودبزة عبد السلام**

امتحان البكالوريا التجريبية **دورة : ماي 2016**

الشعبة: ثالثة علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 03 سا و30د**

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. نعتبر النقط : $A\left(3;2;6\right)$ ، $B\left(1;2;4\right)$ ، $C\left(4;-2;5\right)$

1) برهن النقط A، B، C تعين مستويا . ثم بين أن المستوي $\left(ABC\right)$ معادلته من الشكل: $2x+y-2z+4=0$

2) أ) ما طبيعة المثلث ABC ؟ . احسب مساحته

ب) احسب المسافة بين النقطة O و المستوي $\left(ABC\right)$. ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$

3) نعتبر G مرجح الجملة المثقلة $\left\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\right\}$ و I مركز ثقل المثلث ABC.

* بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم $\left(OI\right)$.

4) لتكن $\left(\Gamma\right)$ و $\left(\Upsilon\right)$ مجموعتي النقط M من الفضاء حيث:

$$\left(\Gamma\right):\left\|3\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|=6 \quad \text{و} \quad \left(\Upsilon\right):\left\|3\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|=2\left\|\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|$$

أ) عين الطبيعة و العناصر المميزة لـ$\left(\Gamma\right)$و ادرس وضعيتها مع المستوي $\left(ABC\right)$.

ب) عين طبيعة المجموعة$\left(\Upsilon\right)$ ثم استنتج معادلة ديكارتية لها .

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1).أ) عين الجذرين التربيعيين للعدد المركب α حيث: $\alpha=2+2\sqrt{3}i$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $\left(z^2-2-2\sqrt{3}i\right)\left(z^2-2\sqrt{3}z+4\right)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$.نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب :

$$z_A=\sqrt{3}+i \text{ ، } z_B=\overline{z_A} \text{ ، } z_C=-z_A$$

أ) اكتب z_A على الشكل الأسي ثم استنتج الشكل الأسي للأعداد المركبة z_B و z_C

ب) استنتج أن النقط A، B و C تنتمي إلى دائرة يطلب مركزها و نصف قطرها . ثم علم النقط A، B و C.

جـ) اكتب على الشكل الجبري العدد المركب L حيث: $L=\left(\frac{z_A}{2}\right)^{1954}\times\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1962}\times\left(\frac{z_C}{2}\right)^{2016}$

3) ليكن f تحويل نقطي حيث: $f\left(B\right)=A$ و $f\left(O\right)=O$

أ) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل f.

ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z من المستوي حيث: $(Z-Z_A)(\overline{Z-Z_A})=Z_C.\overline{Z_C}$

جـ) عين ثم أنشئ المجموعة (E') صورة (E) بالتحويل f.

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ 1$ (لاحظ أن : $u_{n+1}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2u_n}$)

ب) بين أن $u_{n+1}-u_n=\dfrac{(u_n-1)(1-2u_n)}{2u_n}$ ،استنتج أن (u_n) متناقصة تماما ، ثم استنتج أنها متقاربة.عين نهايتها

2) أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-1\le\frac{1}{2}(u_n-1)$

ب) استنتـــج أنـــه من أجـــل كل عدد طبيعـــــي n : $u_n-1\le\left(\frac{1}{2}\right)^n$. ثم عين نهاية (u_n).

3) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n-1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$. ثم اكتب عبارة v_n و u_n بدلالة n

ب) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\dfrac{v_0-1}{u_0}+\dfrac{v_1-1}{u_1}+\cdots\cdots+\dfrac{v_n-1}{u_n}$

التمرين الرابع: (06.5 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-2+\ln x$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1;\frac{3}{2}[$.ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+1-\ln x}{x}$

(Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) بين أن f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

2) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$. ثم شكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب لـ (Cf) بجوار $+\infty$ ثم ادرس الوضعية النسبية لـ (Cf) و المستقيم (Δ).

4) بين أن : $f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$. ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. أنشئ (Δ) و (Cf).

5) أ) جد دالة أصلية للدالة : $x\mapsto(1-\ln x)\dfrac{1}{x}$.

ب) احسب المساحة $S(\alpha)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (Cf) و المستقيمات $y=x$ و $x=1$ و $x=\alpha$

جـ) تحقق أن : $S(\alpha)=\dfrac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط) : في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;1;-3)$, $B(2;0;-2)$, $C(-1;2;0)$ و الشعاع $\vec{u}(2;1;-1)$.

1) أ) عين تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) المار من النقطة C و $\vec{u}$ شعاع توجيه له .

ب) ليكن المستقيم (D) المعرّف بالجملة : $\begin{cases} x+y-2=0 \\ x-z-4=0 \end{cases}$

– بين أن الجملة: $\begin{cases} x=m+1 \\ y=-m+1 \\ z=m-3 \end{cases}$, $m\in\mathbb{R}$ تمثيل وسيطي لـ (D) و أن (D) هو المستقيم (AB) .

جـ) بين أن المستقيمين (D) و (Δ) ليس من نفس المستوي .

2) لتكن النقطتين $M(2t-1;t+2;-t)$ من (Δ) **و** $N(m+1;-m+1;m-3)$ من (D)

أ) عين إحداثيات M و N بحيث يكون المستقيم (MN) عموديا على كل من (D) و (Δ) .

ب) استنتج المسافة بين (D) و (Δ) .

3) لتكن M نقطة كيفية من (Δ) **و** f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(t)=AM^2$

أ) بين أن $f(t)=6t^2-12t+14$. ب) ادرس تغيرات الدالة f .

جـ) عين قيمة العدد الحقيقي t التي من اجلها تكون المسافة AM أصغرية .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، (وحدة القياس : $3Cm$)

نعتبر النقط C,B,A لواحقها على الترتيب $z_A=\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$, $z_B=\frac{-\sqrt{3}+i}{2}$, $z_C=z_A+z_B$.

1) أ) أكتب z_A , z_B على الشكل الأسي ثم z_C على الشكل الجبري ، و بين أن $OACB$ مربع .

ب) أنشئ النقط C,B,A في المعلم السابق .

جـ) أكتب العدد z_C على الشكل المثلثي ثم استنتج القيم المضبوطة لـ : $\cos(\frac{7\pi}{12})$, $\sin(\frac{7\pi}{12})$ ،

د) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $z_C{}^n$ عدد حقيقي موجب .

2) ليكن f التحويل النقطي للمستوي في نفسه الذي يرفق بكل نقطة M' ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=(1+i)z$.

أ) بين أن $f(A)=C$ و عين طبيعة التحويل f و عناصره المميزة .

ب) أثبت أنه من اجل كل عدد مركب z حيث $z\neq 0$ فإن : $\frac{z'-z}{z}=i$ ، استنتج طريقة لإنشاء النقطة M'

جـ) اثبت أنه من اجل كل عدد مركب z فإن: $z'-z_C=(1+i)(z-z_A)$.

د) استنتج انه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى دائرة (C) مركزها A و نصف قطرها 1 فإن النقطة M' صورتها بالتحويل f تنتمي إلى دائرة ('C) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

هـ) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث يكون العدد $\frac{z-z_A}{z}$ تخيلي صرف موجب .

التمرين الثالث: (03 نقط)

يحتوي كيس على 5 كرات بيضاء و 3 حمراء و 2 سوداء (لا نفرق بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا و في آن واحد أربع كرات من الكيس .

1) أحسب عدد الحالات الممكنة .

2) أحسب احتمال الحادثتين A و B التاليتين :

A : " سحب كرة واحدة حمراء فقط " ، B : " الحصول على أربع كرات من نفس اللون "

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق عند السحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) أعط قانون الاحتمال لـ X . ب) أحسب الأمل الرياضي و الانحراف المعياري لـ X .

التمرين الرابع: (07 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=1-\ln(1+e^{-x})$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=3Cm$

الجزء الأول :

1) ادرس تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)=x+1-\ln(1+e^{x})$.

3) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربين أحدهما مائل (Δ) معادلته $y=x+1$.

4) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المقارب المائل (Δ) .

5) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $x_0=-\ln(e-1)$.

6) أنشئ المنحنى (C_f) و (Δ) .

7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $m-\ln(1+e^{x})=0$.

8) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=f(|x|)$

أ) أثبت أن g زوجية . ب) اعتمادا على المنحنى (C_f) ، ارسم في نفس المعلم السابق منحنى الدالة g .

الجزء الثاني : 1) بين أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f(x)\geq x$ يكافئ أن $x\leq -x_0$.

2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=\frac{1}{3}$ و $u_{n+1}=f(u_n)\ ;\ n\in\mathbb{N}$.

أ) في المعلم السابق مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 , u_1 , u_2 دون حسابها مبينا خطوط الرسم

ب) أعط تخمينا حول اتجاه تغير و تقارب (u_n) ثم أثبت أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $0\leq u_n\leq -x_0$.

ج) بين أن (u_n) متزايدة ، استنتج أنها متقاربة و عين نهايتها . *** بالتوفيـــــــق في بكالوريا 2016***