الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفـــاع الـــوطـنـــي | **السنة الدراسية:2016/2015**

أركان الجيش الوطني الشعبي | **دورة ماي 2016**

دائرة الإستعمـــال و التحضير

مديريـــة مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكـالوريـا الـتجــريبـي
الشعبة : علوم تجريبية

إختبار في مادة الرياضيات | **المدة: 3 ساعات ونصف**

الموضــوع الأول

<u>التمرين الأوّل (04 نقاط)</u>:

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

لنعتبر النقط $A(1,2,2)$ ، $B(1,0,1)$ ، $C(3,2,1)$ من الفضاء والمستوي (P) الذي معادلته $z=1$ والنقطة D هي المسقط العمودي للنقطة A على المستوي (P) ، و (Δ) هو المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-4-t \\ z=1 \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$

و (S) هو السطح الكروي المعرف بالمعادلة: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$.

من بين الأجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير :

	( )	( )	(ج)	( ).
1) تمثيل وسيطي لـ (BC) هو:	$\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$	$\begin{cases} x=-1+k \\ y=2+k \\ z=-3k \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$	$\begin{cases} x=1-2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$	$\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=3 \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$
2) المستقيمان (Δ) و (BC):	متوازيان تمامًا	منطبقان	متقاطعان	ليسا من نفس المستوي
3) المستقيم (BC)	محتوى في المستوى (P)	يقطع المستوي (P)	لا يوازي المستوي (P)	عمودي على المستوي (P)
4) إحداثيات النقطة D هي:	$(1,2,-1)$	$(1,1,2)$	$(1,2,1)$	$(1,2,0)$
5) السطح الكروي (S) :	يشمل النقطة A	يقطعه المستوي (P)	لا يقطعه المستوي (P)	مركزه ينتمي إلى المستوي (P)

<u>التمرين الثاني (05 نقاط)</u>:

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود P الذي متغيره z حيث: $P(z)=z^3-4z^2+6z-4$.

ا) بيّن أن المعادلة $P(z)=0$ لا تقبل حلاً تخيليًا صرفا .

ب) عيّن العددين الحقيقيين a ، b بحيث: $P(z)=(z-2)(z^2+az+b)$.

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $P(z)=0$.

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، الوحدة $\|\vec{u}\|=2cm$.

نعتبر النقط $A;B;C$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A=2$ ، $z_B=1-i$ ، $z_C=1+i$.

أ) أكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ، استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب z_B و z_C على الشكل الآسي.

ج) تحقق أن: $\frac{\sqrt{2}}{2} z_C = \left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437} + \sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016}$.

3) ليكن R الدوران الذي مركزه A ويحول B إلى C.

أ) عيّن θ زاوية الدوران R.

ب) أكتب العبارة المركبة للدوران R ، ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R.

4) لتكن (ϕ) الدائرة التي قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة I و (ϕ') صورتها بالدوران R.

أنشئ بعناية كلا من الدائرتين (ϕ) و (ϕ').

<u>التمرين الثالث (04 نقاط)</u>:

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = 6 \\ 3u_{n+1} = u_n + 1 \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$:

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي: n . $u_n > \frac{1}{2}$

ب) بيّن أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ثم استنتج أنها متقاربة.

ج) عيّن نهاية المتتالية (u_n).

2) لنعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ: $v_n = \ln\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

أ) بيّن أن (v_n) متتالية حسابية ، يطلب تحديد أساسها r وحدها الأول.

ب) عبر عن v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) عيّن ثانية نهاية المتتالية (u_n).

<u>التمرين الرابع (07 نقاط)</u>:

الجزء الأول: g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $g(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$.

1) أدرس تغيرات الدالة g .

2) بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيدًا α بحيث: $\alpha \in]-0,74 ; -0,73[$.

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـــ: $f(x) = (-2x-3)e^{-x} + x$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (وحدة الطول $1\,cm$).

1) أحسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2) بيّن أن المستقيم (d) الذي معادلته: $y = x$ هو مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $(+\infty)$.

3) أ) أثبت أنه من أجل كل x من: $\mathbb{R}$ ، $f'(x) = g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير f وشكل جدول تغيراتها.

ب) بيّن أن $f(\alpha) = \alpha + 1 + \frac{2}{2\alpha + 1}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النتيجة إلى 10^{-2}).

ج) بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين إحداثييها ، ثم أكتب معادلة المماس (T) لـ (C_f) عند I .

4) أرسم المستقيم (d) والمنحنى (C_f).

5) أ -عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى تكون الدالة $H: x \mapsto (ax+b)e^{-x}$ دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto (-2x-3)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$

ب) أحسب بـ: cm^2 المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات المعرفة بالمعادلات: $y = x$ ، $x = \alpha$ و $x = 2$. (α هو العدد الحقيقي المعرف في الجزء الاول)

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفـــاع الـــوطـنـــي
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الإستعمـــال و التحضير
مديريـــة مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية:2016/2015
دورة ماي 2016

البكـــالوريـــا الـتجـــريبـــي
الشعبة : علوم تجريبية

التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — الموضوع الأ

التمرين الأوّل (04 نقاط):

السؤال	الجواب	التعليل	التنقيط
(1	( )	الجملة: $\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases}$ $(k\in\mathbb{R})$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (BC) لأن إحداثيات B تحقق الجملة أي $t=0$: وإحداثيات C تحقق أيضا الجملة أي $t=1$: .	0.75
(2	(ج)	المستقيمان (Δ) و (BC) متقاطعان لأن شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3+t=1+2k \\ -4-t=2k \\ 1=1 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} t=0 \\ k=-2 \end{cases}$ و $M(-3;-4;1)\in(\Delta)\cap(BC)$	1
(3	( )	المستقيم (BC) محتوى في (P) لأن: $B\in(P)$ ، $1=1$ و $C\in(P)$ ، $1=1$.	0.75
(4	(ج)	إحداثيات النقطة D هي $(1,2,1)$ لأنها تحقق معادلة (P) أي $1=1$.	0.75
(5	( )	(P) يقطع السطح الكروي (S) لأن $\omega(1,2,2)$ هي مركز (S) ونصف قطرها $R=3$ و $d(\omega;P)=1$ و $1<R$.	0.75

التمرين الثاني (05 نقاط):

1) ا) لنفرض أن $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا هو ai حيث $a\in\mathbb{R}$.

وبالتالي نجد: $-ia^3+4a^2-6ai-4=0$ يكافئ: $\begin{cases} 4a^2-4=0 \\ -a^3-6a=0 \end{cases}$ وهذا مستحيل.

إذن: $P(z)=0$ لا تقبل حلا تخيليًا صرفًا.. 0.5

ب) $P(z)=(z-2)(z^2-2z+2)$.. 0.5

ج) $P(z)=0$ يكافئ $z=2$ أو $z^2-2z+2=0$.......(I).. 0.25

لنحل (I): $\Delta=(2i)^2$ وبالتالي المعادلة (I) تقبل حلين مركبين مترافقين هما: $1+i, 1-i$........................ 0.5

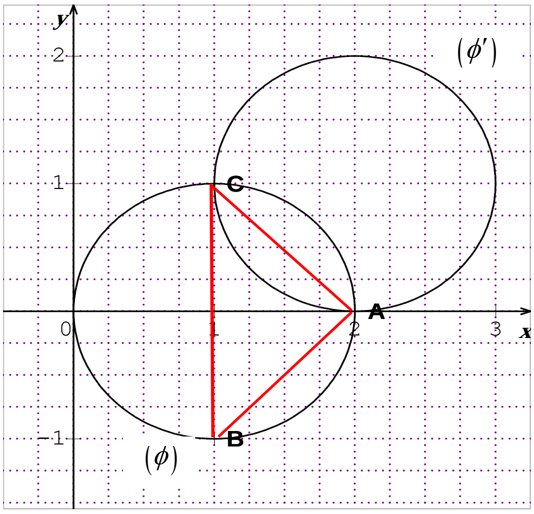
المعادلة $P(z)=0$ حلولها هي: $2, 1+i, 1-i$.. 0.25

2) ا) $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=-i$ ومنه $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})=\frac{\pi}{-2}+2\pi k$ والمثلث ABC قائم في A.. 0.5

ب) $z_B=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$.. 0.5

ج) $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437}+\sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016}=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)=\frac{\sqrt{2}}{2}z_C$ ....

.... 0.5



أ) 3) تعيين θ زاوية الدوران R.

لدينا: $z_C - z_A = a(z_B - z_A)$ ومنه $a = -i$.

إذن: $\theta = \arg(a) = \frac{\pi}{-2} + 2\pi k$: 0.5

ب) العبارة المركبة للدوران R هي: $z' = -iz + 2 + 2i$ 0.25

$z_D = 3 + i$ 0.25

4) الدائرة (ϕ) مركزها $I(1;0)$ ونصف قطرها 1

والدائرة (ϕ') مركزها $I'(2;1)$ صورة I بالدوران R ونصف

قطرها 1 لأن الدوران تقايس...................................0.5

التمرين الثالث (04 نقاط):

أ) 1) لنعتبر الخاصية $P(n)$ هي $u_n > 0$: .

• $P(0)$ صحيحة لأن $u_0 = 6$ و $6 > \frac{1}{2}$ 0.25

• نفرض $P(n)$ صحيحة مع $n \geq 0$ أي: نفرض $u_n > \frac{1}{2}$ 0.25

• نبرهن أن $P(n+1)$ صحيحة أي: نبرهن أن: $u_{n+1} > \frac{1}{2}$.

أي: نبرهن أن $\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3} > \frac{1}{2}$.

لدينا: $u_n > \frac{1}{2}$ فرضا يكافئ $\frac{1}{3}u_n > \frac{1}{6}$ وبالتالي نجد: $\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3} > \frac{1}{2}$ أي $u_{n+1} > \frac{1}{2}$:

ومنه $P(n+1)$ صحيحة...0.25.

ب) نبين أن (u_n) متناقصة تماما مهما كان $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{2}{-3}u_n + \frac{1}{3} = \frac{2}{-3}\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

لكن: $\frac{2}{-3}\left(u_n - \frac{1}{2}\right) < 0$ وبالتالي نستنتج أن (u_n) متناقصة...0.5

• بما أن (u_n) متناقصة تماما ومحدودة من الأسفل بالعدد $\frac{1}{2}$ فإنها

متقاربة..0.5

ج) $\lim u_n = \frac{1}{2}$ 0.5

2) لدينا: $V_n = \ln\left(u_n - \frac{1}{2}\right)$.

أ) مهما كان $n \in \mathbb{N}$: $v_{n+1} - v_n = -\ln 3$ ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 3$ وحدها الأول $v_0 = \ln\frac{11}{2}$ 0.75

ب) $v_n = -n\ln 3 + \ln\frac{11}{2}$ 0.25

• لدينا: $e^{v_n} = u_n - \frac{1}{2}$ ومنه: $u_n = e^{-n\ln 3 + \ln\frac{11}{2}} + \frac{1}{2}$ ....0.25.

ج) $\lim u_n = \lim e^{-n\ln 3 + \ln\frac{11}{2}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ وهي النهاية في السؤال 1-ج) 0.5

التمرين الرابع (07 نقاط):

لدينا: $g(x) = (2x+1)e^{-x} + 1$.

1) دراسة تغيرات g.

• $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 1$ 0.5

• اتجاه التغير:

$g'(x) = (-2x+1)e^{-x}$ 0.25

0.25...$g'(x)$ جدول إشارة

x	$-\infty$		0.5		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	

من جدول إشارة $g'(x)$ نستنتج أن: g متزايدة تماما على $\left]-\infty;\frac{1}{2}\right]$ ومتناقصة تماما على $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$........0.5

• جدول تغيرات g...0.25

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{2}{\sqrt{e}}+1$	$\searrow$	1

2) بما أن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[-0.74;-0.73]$ و $g(-0.74)\times g(-0.73)<0$ فإنه وحسب

مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-0.74;-0.73[$ 0.25

3) جدول إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$..0.25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

الجزء الثاني:

لدينا: $f(x)=(-2x-3)e^{-x}+x$

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x\left[\left(\frac{-2x-3}{x}\right)e^{-x}+1\right]=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ 0.5

2) بما أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-x\right]=0$ فإن المستقيم (d) الذي معادلته $y=x$ هو مقارب مائل لـــ: (C_f) عند $+\infty$....0.25

3) أ) لدينا: $f'(x)=(2x+1)e^{-x}+1=g(x)$..0.25

• إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ كما هو مبين في جدول الإشارة التالي:..0.25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

من جدول إشارة $f'(x)$ نستنتج أن: f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$............0.5

• جدول تغيرات f 0.25

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

ب) نعلم أن: $g(\alpha)=0$ يكافئ: $e^{\alpha}=-(2\alpha+1)$...0.25

لدينا كذلك $f(\alpha)=\frac{-(2\alpha+3)}{e^{\alpha}}+\alpha$ ، وبعد التعويض نجد: $f(\alpha)=\alpha+1+\frac{2}{2\alpha+1}$..................................0.25

• استنتاج حصر للعدد $f(\alpha)$: بتطبيق قواعد الحصر نجد : $-4,08 < f(\alpha) < -3,89$ ....0.25.

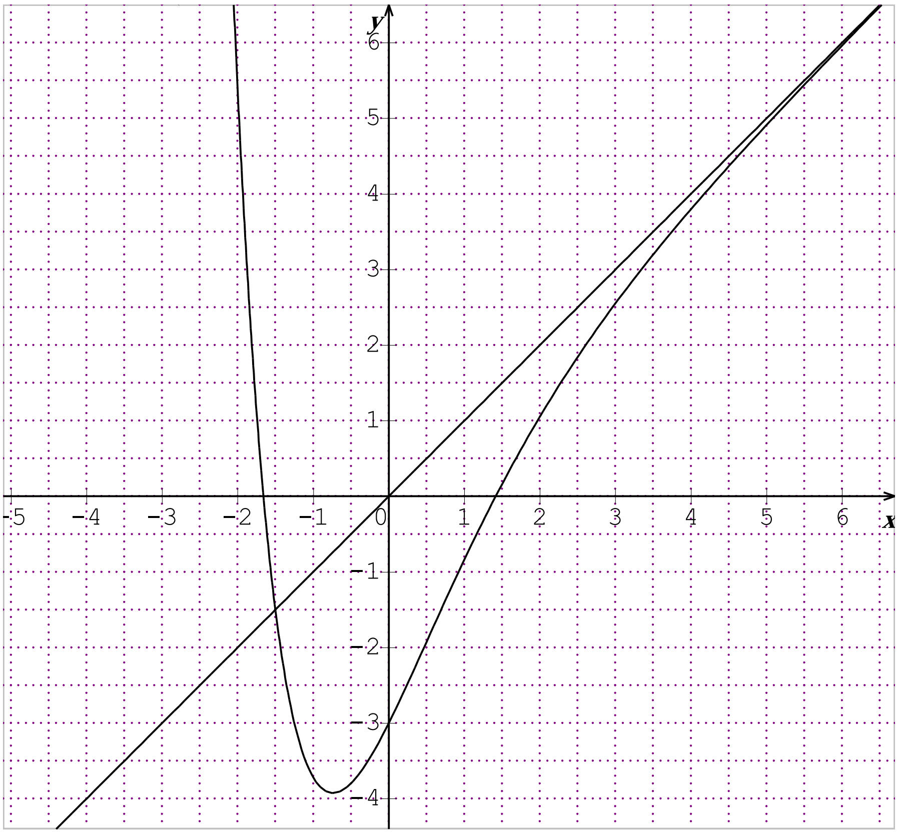
ج) لدينا: $f''(x) = g'(x)$ ومنه إشارة $f''(x)$ من إشارة $g'(x)$ حسب الجدول التالي.........................0.25

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	

• بما أن $f''(x) = 0$ من أجل $x = \frac{1}{2}$ ويغير إشارته فإن (C_f) تقبل نقطة انعطاف $I\left(\frac{1}{2}\ ,\ \frac{-4}{\sqrt{e}} + \frac{1}{2}\right)$........0.25

• معادلة المماس (T) عند النقطة I هي: $y = \left(\frac{2}{\sqrt{e}} + 1\right)x - \frac{5}{\sqrt{e}}$ 0.25

4) رسم (d) و (C_f)..0.75



5) لدينا: $H(x) = (ax+b)e^{-x}$ و $h(x) = (-2x-3)e^{-x}$.

ا) تعيين a و b بحيث: H دالة أصلية لـ: h لدينا : $H'(x) = h(x)$ يكافئ: $(-ax-b+a)e^{-x} = (-2x-3)e^{-x}$.

ومنه: $a = 2$ و $b = 5$ وعليه فإن $H(x) = (2x+5)e^{-x}$...0.25

$A(\alpha) = \int_{\alpha}^{2} (x - f(x))dx = \frac{9e^{\alpha} - e^{2}(2\alpha+5)}{e^{\alpha+2}} cm^2$..0.25

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الـــدفــاع الـــوطنـــي — السنة الدراسية: 2016/2015

أركان الجيش الوطني الشعبي — دورة ماي 2016

دائرة الإستعمـــال و التحضير

مديريـــة مدارس أشبال الأمة

إمتحان البكــالوريــا الـتجــريبــي

الشعبة :علوم تجريبية

إختبار في مادة الرياضيات — المدة: 3 ساعات ونصف

على المترشح ان يختار موضوعا واحدا من بين الموضوعين المقترحين

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقاط) نعتبر (U_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 1$ و $u_1 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $u_{n+1} = 2\alpha u_n + 3\alpha^2 u_{n-1}$ حيث α عدد حقيقي من المجموعة $]-1;1[-\{0\}$

نضع ومن أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_{n+1} - 3\alpha u_n$

1) أثبث أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول بدلالة α.

2) هل المتتالية (V_n) متقاربة ؟

3) أحسب بدلالة α و n المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

4) عين قيمة العدد الحقيقي α علما أن $\lim_{n\to+\infty} S_n = \frac{3}{4}$

-استنتج عندئذ U_n بدلالة n ثم بين أن (U_n) متقاربة.

5) في كل مايلي نضع $\alpha = -\frac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $\pi_n = v_0 \times v_1 \times .... v_n$

أ/ بين أن : $\pi_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n^2-n-2}{2}}$

ب/ عين أصغر عدد طبيعي n حتى يكون $\pi_n \le 3^{-44}$

التمرين الثاني(05 نقاط): المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$

1) أوجد العددين Z_1 و Z_2 الجذران التربيعيان للعدد المركب $L = 2 - 2i\sqrt{3}$ ثم أكتبهما على الشكل الاسي.

2) نعتبر النقط A , B , C ذات اللواحق: $Z_A = 2i$, $Z_B = \sqrt{3} + i$ و $Z_C = \sqrt{3} - i$

أ - بين ان $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ و عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{AC})$.

ب- استنتج طبيعة الرباعي $OABC$

جـ - عين لاحقة Ω مركز الرباعي $OABC$

3) أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي يحول A إلى O و يحول C إلى B محددا عناصره المميزة.

ب- تحقق أن $S \circ S$ تشابه مباشر نسبته $\frac{1}{3}$ و أحد أقياس زاويته π.

جـ- نضع f التحويل النقطي المعرف بـ : $f = \underbrace{S \circ S \circ \cdots\cdots \circ S}_{n \text{ مرة}}$.

عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون f تحاكيا نسبته سالبة.

4) k عدد حقيقي, (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث: $OM^2+AM^2+BM^2+CM^2=k$

أ - أثبت أن مجموعة النقط M من (E) تحقق العلاقة $\Omega M^2=\frac{k-8O\Omega^2}{4}$

ب -ناقش حسب قيم العدد الحقيقي k طبيعة المجموعة (E) .

<u>التمرين الثالث (04.5 نقط):</u> الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط: $A(3;2;1)$, $B(3;5;4)$ و $C(0;5;1)$

1- بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع

2- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة له.

3- أ-عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC

ب- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة Gو يعامد المستوي (ABC)

جـ - نعتبر النقطة $E(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي . عين العدد t حتى يكون $AE^2=AB^2$

د - عين طبيعة رباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$ ثم أحسب حجمه V

4 - بين أن المستقيمين (AF) و (BC) متعامدين.

5- أ- عين المجموعة (S) للنقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\right\|=6$

ب - عين الوضع النسبي للمجموعة (S) و المستوي (ABC)

<u>التمرين الرابع (06 نقط):</u>

لتكن f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(0)=1$ ومن أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=\frac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

<u>الجزء الأول</u>

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا , **ب)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) أ) أدرس قابيلة الاشتقاق لـ f عند 0 , **ب)** أثبت أن f قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ثم أحسب $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$, استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

3) أثبث أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$, تحقق أن : $4,6\prec\alpha\prec 4,7$

4) أكتب معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1

5) لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$

أ- أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g' ,استنتج اشارة $g'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة g ,استنتج وضعية (C_f) بالنسبة الى (D)

جـ أحسب $f(6)$ ثم أنشئ (C_f) و (D)

<u>الجزء الثاني</u>

1) n عدد طبيعي غير معدوم باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$ بدلالة n

2)استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ: cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (D) و المستقيمين ذا المعادلتين $x=\frac{1}{n}$ و $x=1$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}A(n)$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الــدفــاع الــوطنـــي — السنة الدراسية: 2016/2015

أركان الجيش الوطني الشعبي — دورة ماي 2016

دائرة الإستعمـــال و التحضير — الشعبة :علوم تجريبية

مديريـــة مدارس أشبال الأمة

الإجابة النموذجية للموضوع الثاني لإمتحان البكـالوريـا الـتجـريبـي

مادة الرياضيات — **المدة: 3 ساعات ونصف**

التمرين الأول:(04.5 نقاط)

-1- من أجل كل عدد طبيعي n :

$$v_{n+1}=2\alpha u_{n+1}+3\alpha^2u_n-3\alpha u_{n+1}$$ +0.5

$$=-\alpha(u_{n+1}-3\alpha u_n)=-\alpha v_n$$ 0.25

ومنه (V_n) متتالية هندسية أساسها $-\alpha$ و حدها الأول $v_0=2-3\alpha$

-2- من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=(2-3\alpha)(-\alpha)^n$ 0.25

و $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0$ لأن $(-1\prec\alpha\prec 1$ و $\alpha\neq 0)$ ومنه (V_n) متقاربة 0.25 0.25

-3- $S_n=v_0+v_1+......+v_n=\dfrac{2-3\alpha}{1+\alpha}(1-(-\alpha)^{n+1})$ 0.25

-4- $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=\dfrac{3}{4}$ معناه $\dfrac{2-3\alpha}{1+\alpha}=\dfrac{3}{4}$ أي $\alpha=\dfrac{1}{3}$ 0.25

$$S_n=v_0+v_1+......+v_n=(u_1-u_0)+(u_2-u_1)+\cdots(u_{n+1}-u_n)$$

$$=u_{n+1}-u_0=\frac{3}{4}\left[1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$$ 0.25 0.25

معناه $u_{n+1}=\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n+1}$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$u_n=\dfrac{7}{4}-\dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n}$ اذن $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\dfrac{7}{4}$ أي (u_n) متقاربة +0.25 0.25 +0.25

-5أ/- $\alpha=-\dfrac{1}{3}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $\pi_n=v_0\times v_1\times.........v_n$ 0.25

$$=3\times3\left(\frac{1}{3}\right)\times.........3\left(\frac{1}{3}\right)^{n}$$ 0.25

$$=3^{n+1}\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{-(n+1)}\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{n^2-n-2}{2}}$$ 0.25

ب/ $\pi_n\leq 3^{-44}$ معناه $3^{-\frac{n^2-n-2}{2}}\leq 3^{-44}$ معناه

$(n-10)(n+9)\geq 0$ و n عدد طبيعي نجد $n\geq 10$ ومنه أصغر عدد طبيعي هو $n=10$ 0.5

التمرين الثاني: (05 نقاط)

-1-نضع $z=x+iy$; z جذر تربيعي لـ L معناه $\begin{cases}x^2-y^2=2\\x^2+y^2=4\\xy=-\sqrt{3}\end{cases}$ 0.25

نجد : $Z_1=\sqrt{3}-i$ و $Z_2=-\sqrt{3}+i$

$$z_1=2e^{-i\frac{\pi}{6}}\qquad z_2=2e^{i\frac{5\pi}{6}}$$ 0.25

-2- $z_B-z_A=\sqrt{3}-i=z_C-z_O$ اذن $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OC}$ 0.25

0.5

$$\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{AC}\right)=\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_O}\right)=\arg\left(\frac{\sqrt{3}-3i}{\sqrt{3}+i}\right)=\arg\left(-\sqrt{3}i\right)$$ 0.25

$$=-\frac{\pi}{2}+2k\pi/k\in\mathbb{Z}$$

-ب - بما أن $OB\neq AC$ فان $OABC$ معين 0.25

-جـ- $z_\Omega=\dfrac{z_B+z_O}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$ 0.25

3) $\begin{cases}z_O=\alpha Z_A+\beta\\z_B=\alpha Z_C+\beta\end{cases}$ نجد $\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}i$ و $\beta=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 0.5

ومنه S هو التشابه المباشر الذي يحول النقطة M ذات اللاحقة Z الى النقطة M' ذات اللاحقة Z' بحيث $Z'=\dfrac{\sqrt{3}}{3}iZ+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ 0.25

نسبته $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ و أحد أقياس زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ ومركزه النقطة Ω 0.75

-ب- $S\,oS$ تشابه مباشر نسبته $\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ و أحد أقياس زاويته 0.5

$$\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\pi$$

-جـ- يكون f تحاكيا نسبته سالبة.اذا كانت زاويته $\pi+2k\pi/k\in\mathbb{Z}$

أي أن $n=2\alpha/\alpha\in\mathbb{N}^*$ 0.25

-4أ/ $OM^2+AM^2+BM^2+CM^2=k$ تكافئ

$4\Omega M^2+2O\Omega^2+2\left(3O\Omega^2\right)=k$ ومنه $\Omega M^2=\dfrac{k-8O\Omega^2}{4}$ 0.5

-ب-لدينا $O\Omega^2=1$ ومنه اذا كان $k\prec 8$ فان $(E)=\varnothing$

اذا كان $k=8$ فان $(E)=\{\Omega\}$ 0.75.

اذا كان $k\succ 8$: (E) هي الدائرة التي مركزها Ω ونصف قطرها $\dfrac{\sqrt{k-8}}{2}$

التمرين الثالث:(04.5نقاط)

-1- لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\3\\3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-3\\3\\0\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\0\\-3\end{pmatrix}$ أي : 0.75

$AB=AC=BC=3\sqrt{2}$ ومنه المثلث ABC متقايس الاضلاع

-2- $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0$ و $\vec{n}.\overrightarrow{AC}=0$ ومنه $\vec{n}$ شعاع ناظمي لـ (ABC) 0.25

$x+y-z-4=0$ معادلة للمستوي (ABC) 0.25

-3أ/. $G\left(\dfrac{3+3+0}{3},\dfrac{2+5+5}{3},\dfrac{1+4+1}{3}\right)$ اذن $G(2,4,2)$- 0.25

ب- تمثيل وسيطي للمستقيم (Δ) : $\begin{cases}x=t+2\\y=t+4\ ;t\in R\\z=-t+2\end{cases}$. 0.5

4/معادلة للمستقيم (D) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 هي :

جـ- $AE^2=AB^2$ معناه $(2+t-3)^2+(4+t-2)^2+(2-t-1)^2=12$ 0.25

ومنه نجد $t=2$ أو $t=-2$

د-من أجل $t=2$ نجد E منطبقة على F أي $AF=AB=AC=BC$ و 0.25

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}\neq 0$ اذن $FABC$ رباعي وجوه منتظم.

مساحة المثلث ABC : $S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot AA'=\frac{9\sqrt{6}}{4}u\cdot a$ 0.5

حيث A' منتصف القطعة $[BC]$ ومنه $V_{FABC}=\frac{1}{3}\cdot S_{ABC}\cdot FG$

لأن G هي المسقط العمودي لـ F على المستوي (ABC) اذن

$$V_{FABC}=\frac{9\sqrt{2}}{2}u\cdot v$$

4- $\overrightarrow{AF}\begin{pmatrix}1\\4\\-1\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-3\\0\\-3\end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ ومنه 0.25

$(AF)\perp(BC)$ 0.25

5- أ- $\|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MF}\|=6$ معناه $MI=3$ حيث I منتصف القطعة $[GF]$ ومنه (S) هي سطح الكرة التي مركزها $I(3;5;1)$ 0.25

ونصف قطرها 3 0.25

ب-بما أن $d(I,(ABC))=\frac{|3+5-1-4|}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}\prec 3$

فان (S) و المستوي (ABC) يتقاطعان وفق دائرة. 0.25

التمرين الرابع(06 نقاط) : 0.25

0.25

1-أ/ $\lim_{x\to 0}f(x)=1$ ومنه f مستمرة عند 0 و (C_f) يقبل 0.25

نقطة توقف

ب- $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$

2-أ/ $\lim_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)-f(0)}{x}=0$ اذن f قابلة للاشتقاق

عند 0 0.25

وبماأن f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ (كونها جداء و مجموع دوال قابلة 0.25

للاشتقاق على $]0;+\infty[$) فان f تقبل الاشتقاق على $[0;+\infty[$

من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=2x(1-\ln x)$ و $f'(0)=0$ 0.5

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$\frac{e^2}{2}+1$	$\searrow$	$-\infty$

0.5

تطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $[0;+\infty[$ ثم على المجال

$[4,6;4,7]$ و $(f(4,6)=0,44;f(4,7)=-0,05)$

2- 0.25

$$A(n)=4\left[\int_{\frac{1}{n}}^{1}f(x)-(2x+\frac{1}{2})dx\right]=4\left[\frac{1}{2n^3}-\frac{1}{n^2}+\frac{1}{2n}-I_n\right]cm^2$$

$$\lim_{n\to+\infty}A(n)=\frac{1}{9}$$

0.25 $(D):y=2x+\frac{1}{2}$

5/ g معرفة و قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا:

0.25 $g'(x)=f'(x)-2$

g' معرفة و قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا:

0.25 $g''(x)=f''(x)=-\ln x$ ومنه g' تقبل قيمة حدية عظمى

0.25 هي 0 عند $x=1$ اذن من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)\leq 0$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	$\frac{1}{2}$ $\searrow$	0	$\searrow$

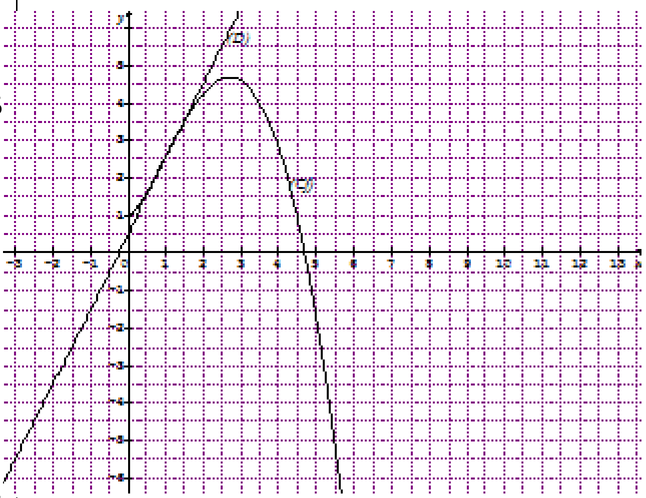
0.25

المنحنى يقع فوق المستقيم (D) في المجال $]0;1[$ وتحته في المجال

0.25 $]1;+\infty[$ ويتقاطعان في النقطة ذات الفاصلة 1 اذن (C_f) يقبل نقطة

0.25 انعطاف هي $I(1;\frac{5}{2})$. $f(6)\approx -9.5$

رسم المنحنى

0.5 

0.5

1-/ نضع : $U(x)=\ln x$ ومنه $U'(x)=\frac{1}{x}$

$V(x)=\frac{x^3}{3}$ ومنه $V'(x)=x^2$

0.5 $$I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln(x)dx=\left[\frac{x^3}{3}\ln(x)\right]_{\frac{1}{n}}^{1}-\frac{1}{3}\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2dx$$

$$I_n=\frac{1}{3n^3}\ln(n)-\frac{1}{9}+\frac{1}{9n^3}$$