البكالوريا التجريبية دورة ماي 2016
شعبة العلوم التجريبية

مادة : الرياضيات — المدة : 3 ساعات و نصف

على كل مترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

تمرين 01 : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\,;\vec{u}\,;\vec{v})$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z+1)\left(z^2-4z+7\right)=0\cdots(E)$

2) $A\,;B\,;C\,;D$ و G النقط ذات اللواحق على الترتيب:

$z_A=-1\;;\;z_B=2+i\sqrt{3}\;;\;z_C=\overline{z_B}\;;\;z_D=-3i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

أ ـ أوجد قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{CA}\;;\overrightarrow{CG}\right)$ ثم أستنتج طبيعة المثلث GAC

ب ـ عين طبيعة التحويل S الذي مركزه النقطة C و يحول النقطة G إلى النقطة A

ج ـ أحسب عمدة العدد المركب $\dfrac{Z_D-Z_C}{Z_G-Z_C}$ و فسر النتيجة هندسيا

د ـ إستنتج طبيعة التحويل h الذي مركزه النقطة C و يحول النقطة G إلى النقطة D

3) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CG}=12\cdots(1)$

أ ـ بين النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A\;;-1)\;;\;(B\;;2)\;;\;(C\;;2)\}$

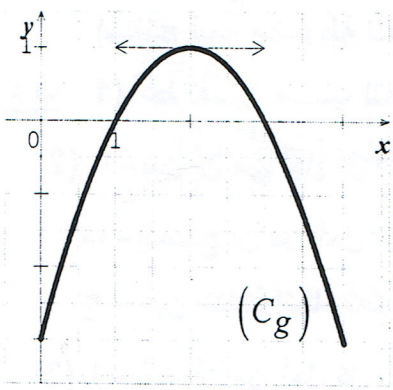
ب ـ بين ان العلاقة (1) تعني $\overrightarrow{GM}\bullet\overrightarrow{CG}=-4\cdots(2)$

ج ـ تحقق من أن النقطة A تنتمي إلى المجموعة (Γ)

د ـ بين أن العلاقة (2) تعني $\overrightarrow{AM}\bullet\overrightarrow{GC}=0$ و إستنتج طبيعة (Γ)

تمرين 02 : (04 نقاط)

(C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o\,;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$



g الدالة العددية المعرفة و قابلة للاشتقاق على المجال $]0\;;4[$ بتمثيلها البياني المنحني (C_g) يقبل في النقطة التي فاصلتها 2 مماسا يوازي محور الفواصل

1) أ ـ شكل جدول تغيرات الدالة g

ب ـ شكل جدولا تبين فيه إشارة الدالة g على $]0\;;4[$

2) نعتبر الدالة f المعرفة بـ : $f=\ln\circ g$

مبررا إجابتك ، اذكر إن كانت الخواص التالية صحيحة أو خاطئة

3as.ency-education.com

أ - f معرفة على المجال $[0;4]$ ب - f موجبة أو تنعدم على المجال $]1;3[$

ج - $f'(2)=0$ د - المستقيم الذي معادلته $x=1$ مقارب للمنحنى الممثل للدالة f

تمرين 03 : (05 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ النقط :

$$A(5;-1;7)\ ;\ B(-2;-6;5)\ \text{و}\ C(-4;0;-3)$$

1) أ - بين أن النقط A ; B و C ليست في إستقامية

ب - بين أن الشعاع $\vec{n}(-1;1;1)$ ناضمي للمستوي (ABC) وأكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) أحسب الأطوال AB ; AC و BC ثم أحسب مساحة المثلث ABC

3) أ - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ O و يعامد المستوي (ABC)

ب - عين إحداثيات النقطة D المسقط العمودي للمبدأ O على المستوي (ABC)

4) نرمز بـ H إلى المسقط العمودي للمبدأ O على المستقيم (BC) و t عدد حقيقي يحقق $\overrightarrow{BH}=t\ \overrightarrow{BC}$

أثبت أن : $\overrightarrow{BO}\cdot\overrightarrow{BC}=t\left\|\overrightarrow{BC}\right\|^2$ و إستنتج قيمة العدد الحقيقي t و إحداثيات النقطة H

5) أحسب حجم رباعي الوجوه $OABC$

تمرين 04 : (06 نقاط)

f_n الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_n(x)=x^2\,e^{-2nx}$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

(C_n) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $I_n=\int_0^1 f_n(x)\,dx$

جزء أ : f_1 الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_1(x)=x^2\,e^{-2x}$

1) أدرس على $\mathbb{R}$ تغيرات الدالة f_1 و شكل جدول تغيراتها

2) F_1 دالة أصلية للدالة f_1 معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $F_1(x)=-e^{-2x}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\right)$

إستنتج قيمة مضبوطة للعدد I_1

جزء ب : 1) أعط تفسيرا هندسيا للعدد I_n

2) أ - بين أن من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ و من أجل كل x من المجال $[0;1]$: $f_{n+1}(x)=e^{-2x}\,f_n(x)$

ب - إستنتج أن من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ و من أجل كل x من المجال $[0;1]$: $f_{n+1}(x)\leq f_n(x)$

ج - عين عندئذ إتجاه تغير المتتالية (I_n)

3) أ - أثبت أن من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$ و من أجل كل x من المجال $[0;1]$: $0\leq f_n(x)\leq e^{-2nx}$

ب - إستنتج حصرا للمتتالية (I_n) ثم نهايتها

3as.ency-education.com

الموضوع الثاني

تمرين 01 : (04 نقاط)

1) g الدالة العددية المعرفة على المجال $[-1,5\ ;\ 0]$ بـ : $g(x)=\dfrac{x}{2x+4}$

أدرس إتجاه تغير الدالة g و إستنتج أن : إذا كان $x\in[-1,5\ ;\ 0]$ فإن $g(x)\in[-1,5\ ;\ 0]$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=-1$ و من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{2u_n+4}$

أ - برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $-1,5\le u_n\le 0$

ب - أثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$

ج - برر أن المتتالية (u_n) متقاربة و عين نهايتها

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل n من $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\dfrac{u_n}{2u_n+3}$

أ - أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم عبارة الحد العام u_n

ج - اكتب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

تمرين 02 : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o\ ;\vec{u}\ ;\vec{v})$ حيث $\|\vec{u}\|=1cm$

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $\bar{z}-3iz-3+6i=0$

2) A النقطة ذات اللاحقة $4-2i$

عين لاحقة النقطة B حتى يكون المثلث OAB متقايس الأضلاع في الإتجاه المباشر

3) D النقطة ذات اللاحقة $2i$

أ - أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة العددالمركب z بحيث : $Arg(z-2i)=\dfrac{\pi}{4}+2k\pi\quad /\ k\in\mathbb{Z}$

ب - أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة العددالمركب z بحيث : $z=2i+2e^{i\theta}\quad /\theta\in\mathbb{R}$

4) أنشئ مجموعة النقط M ذات اللاحقة العددالمركب z تختلف عن -2 بحيث : $\left|\dfrac{z-1}{z+2}\right|=1$

تمرين 03 : (05 نقاط)

من أجل كل مقترح من المقترحات الخمسة التالية أذكر إن كانت صحيحة أو خاطئة مع تبرير الإجابة

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(0\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\ ;\vec{k})$ النقط :

$A(0\ ;0\ ;2)\ ;\ B(0\ ;4\ ;0)$ و $C(2\ ;0\ ;0)$

3as.ency-education.com

نرمز بـ : I إلى منتصف القطعة $[BC]$ و بـ G إلى مركز المسافات المتساوية للنقط A ; B و C ونرمز بـ H إلى المسقط العمودي للمدأ على المستوي (ABC)

المقترح 1 : مجموعة النقط M من الفظاء حيث : $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}=0$ هي المستوي (AIO)

المقترح 2 : مجموعة النقط M من الفظاء حيث : $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\|$ هي سطح الكرة ذات القطر $[BC]$

المقترح 3 : حجم رباعي الوجوه $OABC$ يساوي 4

المقترح 4 : المستوي (ABC) معادلته : $2x+y+2z=4$ و النقطة H إحداثياتها هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$

المقترح 5 : المستقيم (AG) يقبل كتمثيل وسيطي له الجملة $(t\in R)$ $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=2-2t\end{cases}$

تمرين 04 : (06 نقاط)

جزء أ : g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=-1+x+2\ln x$

1) أ ـ أدرس اتجاه تغير الدالة g

ب ـ أحسب $g(1)$ ثم عين إشارة الدالة g على المجال $]0;+\infty[$

ج ـ إستنتج أن : إذا كان $0<x<1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)>0$ و إذا كان $x>1$ فإن $g\left(\frac{1}{x}\right)<0$

جزء ب : f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases}f(x)=x-x^2\ln x \quad ; \quad x>0\\f(0)=0\end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$

2) أـ أثبت من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=x\,g\left(\frac{1}{x}\right)$ وإستنتج إتجاه تغير الدالة

ب ـ أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج ـ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,75<\alpha<2$

3) أ ـ تحقق أن نصف المماس (Δ) من اليمين لـ (C_f) في المبدأ O ذو معادلة $y=x$ مع $x\geq 0$

ب ـ ادرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

ج ـ أنشئ المنحني (C_f) و المماس (Δ) على المجال $[0;3]$

4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات ذات معادلات : $x=0,5$; $x=1$ و $y=x$

بالتوفيـــق للجميـــع

3as.ency-education.com