الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الـــــوادي — **المؤسستان:- مدرسة سبل النجاح الخاصة**

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — - ثانوية السعيد عبد الحـــــي

الشعبة: علوم تجريبية — **(دورة: ماي 2016)**

اختبار في مادة الرياضيات — **المدة: 03ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطة $A(-2\,,-1\,,0)$ والمستويين (P_1) و (P_2) اللذين معادلة كل منهما $3x+y+3=0$ و $2x-z+3=0$ على الترتيب

1) أ/ بين أن المستويين (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ) له تمثيلا وسيطيا كما يلي :

$$(\Delta):\begin{cases} x=t \\ y=-3t-3 \\ z=2t+3 \end{cases}\quad \cdot \quad (t \in \mathcal{R})$$

ب/ تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ)

2) أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة A و يوازي (Δ)

ب/ عين إحداثيات النقطة B المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ)

- ثم استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (d)

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2+MB^2=4AI^2$ حيث I منتصف [AB]

أ/ عين طبيعة المجموعة (Γ) وحدد عناصرها المميزة

ب/ استنتج تقاطع المجموعة (Γ) مع المستقيمين (Δ) و (d)

التمرين الثاني:(4.5 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z الآتية : $(Z-4-2i)(Z^2-2Z+2)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{U},\vec{V})$ ، نعتبر النقط A ،B وC التي لواحقها :

$Z_A=1+i$ ، $Z_B=4+2i$ و $Z_C=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}i$ على الترتيب

أ/ بين أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}\,e^{i\frac{\pi}{2}}$

ب/ استنتج طبيعة المثلث BAC ثم احسب مساحته

3) ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه B ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ/ عين الكتابة المركبة للتشابه S

ب/ عين Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S

جـ/ بين أن صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD ثم استنتج مساحة المثلث BCD

4) لتكن (E) مجموعة النقط من المستوي حيث : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD}=0$

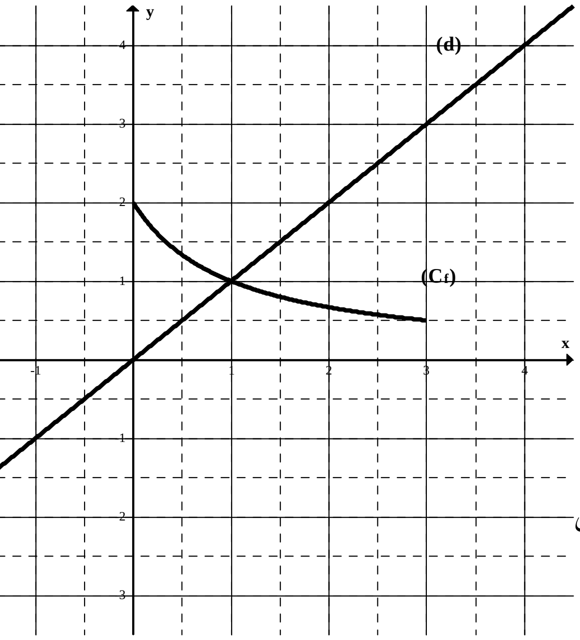
أ/عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة

ب/تحقق أن النقطة C تنتمي إلى المجموعة (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين الثالث (4,5 نقطة)

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على المجال [3 , 0] بـ:

$f(x) = \frac{2}{x+1}$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y = x$



1) (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول : $U_0 = 3$

ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = f(U_n)$

أ/ مثل الحدود U_0 . U_1 ، U_2، U_3، U_4، U_5 و U_6 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل(وذلك في الوثيقة المرفقة).

ب/ ضع تخمينا حول رتابة المتتالية (U_n) وتقاربها

جـ/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_{2n}) و المتتالية (U_{2n+1})

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n \le 3$

3) (V_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$

أ- بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يطلب تعيين حدّها الأول

ب- أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n

ج- احسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$ وماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = xe^x + e^x - 1$

1) بين أن: $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -1$ وفسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) أحسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجل $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = xe^x - x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$

2. أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = g(x)$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها

3. أ/ بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

4. أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثييها

ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له

ج/ احسب $f(1)$ و $f(2)$ ثم انشئ (Δ) و المماس (T) و المنحنى (C_f)

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $xe^x = m$

5. a بين أن : $x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$

b احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x = 0$ و $x = -1$

الموضــوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ نعتبر النقط : $A(-3,3,2)$، $B(-2,1,0)$
$E(0,0,2)$ و $F(0,3,-1)$ و (p) المستوي الذي $2x+2y-z+2=0$ ، معادلة ديكارتية له
و (Q) المستوي المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(Q)\ \begin{cases} x=\alpha+\beta \\ y=4\alpha-2\beta+1 \\ z=\alpha-2\beta-2 \end{cases}$ حيث α و β عددان حقيقيان

1 أ/ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB)
ب/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q)
ج/ تحقق أن المستويين (p) و (Q) متعامدان ويتقاطعان وفق المستقيم (AB)

2 أ عين المركز C ونصف القطر r لسطح الكرة (S) الذي يمس كل من المستويين (p) و (Q) في النقطتين E و F على الترتيب
ب استنتج بعد النقطة C عن كل من المستويين (p) و (Q)

3 a/ تحقق أن المثلث ABC قائم في النقطة B ثم احسب مساحته
b/ بين أن $\overrightarrow{EF}$ عمودي على المستوي (ABC)
c/ احسب حجمي رباعيي الوجوه $ABCE$ و $ABCF$

التمرين الثاني :(4,5 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{U},\vec{V})$ ، L العدد المركب المعرف بـ : $L=\frac{\alpha+\beta i}{3+5i}$
حيث α و β عددان حقيقيان

1 عين α و β بحيث يكون: $|L|=1$ و $\arg(L)=\frac{\pi}{4}$

2) نضع : $\alpha=-\sqrt{2}$ و $\beta=4\sqrt{2}$
أ/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون L^n عددا حقيقيا موجبا
ب/ بين أن: $L^{2016}=1$ ، ثم احسب $\left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016}-(3+5i)^{2016}$

3) النقطتان A وB لاحقتاهما على الترتيب :
$Z_B=3+5i$ ، $Z_A=-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i$
أ/ عين زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول B إلى A
ب/ استنتج طبيعة المثلث OBA
جـ/ بين أن: $AB=\sqrt{34\left(2-\sqrt{2}\right)}$

4) لتكن النقطة G منتصف $[AB]$ و M نقطة كيفية من المستوي المركب
أ بين أن : $MA^2+MB^2=2MG^2+17\left(2-\sqrt{2}\right)$
ب عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2+MB^2=42-17\sqrt{2}$

التمرين الثالث : (4.5 نقط)

(U_n)متتالية عددية معرفة كمايلي: $U_1 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1} = \frac{n}{4(n+1)}U_n$

1. أ/ احسب U_2 و U_3

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

ج/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متتالية متقاربة و احسب نهايتها

2. نعتبر المتتالية العددية (V_n)المعرفة كمايلي :

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $V_n = n2^nU_n$

أ/ بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول V_1

ب/ أكتب كلا من V_n وU_n بدلالة n ، ثم اثبت صحة تقارب المتتالية (U_n)

3. 1/ احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots + V_n$

2/ احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = U_1 \times (2U_2) \times (3U_3) \times \cdots\cdots \times (nU_n)$

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجل $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2lnx$

1. احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة
2. ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]0,+\infty[$
3. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجل $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2 - (lnx)^2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1. أ/ اثبت ان : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = 0$ ، (مساعدة : نضع $t = \sqrt{x}$)

ب/ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. 1 تحقق ان : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to0 \\ >}} f(x)$

2 اعط تفسيرا بيانيا للنتائج

3. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x) = g(x) \times \frac{1}{x}$
4. استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها
5. ارسم المنحنى (C_f)
6. أ/ اثبت أن: $x \mapsto xlnx - x$ ، هي دالة أصلية للدالة : $x \mapsto lnx$ على المجل $]0,+\infty[$

ب/ باستعمل المكاملة بالتجزئة تحقق أن : $\int_1^e (lnx)^2\,dx = e - 2$

ج/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما :

$x = 1$ و $x = e$

مديرية التربية لولاية الـــــوادي — **المؤسستان:**- مدرسةسبل النجاح الخا صة
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — - ثانوية السعيد عبد الحـــــــي
الشعبة : علوم تجريبية — **(دورة: ماي 2016)**

الاجابة النموذجية لامتحان الباكلوريا التجريبية

الموضــوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1 أ/ بين أن المستويين (P_1) و (P_2) يتقاطعان وفق مستقيم (Δ)

$(\Delta) \subset (P_1): 3(t) + (-3t-3) + 3 = 0$ أي $0 = 0$

$(\Delta) \subset (P_2): 2(t) - (2t+3) + 3 = 0$ أي $0 = 0$

ب/ تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستقيم (Δ)

$$A \notin (\Delta) \quad \text{لان} \quad \begin{cases} -2 = t \\ -1 = -3t - 3 \ ; \ t = -\frac{2}{3} \\ 0 = 2t + 3 \ ; \quad t = -\frac{3}{2} \end{cases} \cdot \quad (t \in \mathcal{R})$$

2 أ/ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يشمل النقطة A و يوازي (Δ) :

$(d) \in M$ ومنه $\overrightarrow{AM} = \lambda\, \vec{U}_{(\Delta)}$

$$(d): \begin{cases} x = \lambda - 2 \\ y = -3\lambda - 1 \\ z = 2\lambda \end{cases} \cdot \quad (t \in \mathcal{R})$$

ب/ عين إحداثيات النقطة B المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (Δ)

$B \in (\Delta)$, $B(t\ ,\ -3t-3\ ,\ 2t+3)$

إذن: $\overrightarrow{AB}.\vec{U}_{(\Delta)} = 0$ و لدينا $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} t+2 \\ -3t-2 \\ 2t+3 \end{pmatrix}$ إذن: $\begin{pmatrix} t+2 \\ -3t-2 \\ 2t+3 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

ومنه $t = -1$ وبالتالي $B(-1\ ,\ 0\ ,\ 1)$

- ثم استنتج المسافة بين المستقيمين (Δ) و (d)

$$AB = \sqrt{(-1+2)^2 + (0+1)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{3}$$

3 أ/ عين طبيعة المجموعة (Γ) وحدد عناصرها المميزة

لدينا I منتصف $[AB]$ أي : $AB = 2AI$ ومنه : $MA^2 + MB^2 = 4AI^2$

تكافئ : $MA^2 + MB^2 = (2AI)^2$ ومنه نستلزم: $MA^2 + MB^2 = AB^2$ ومنه النقط A ، B و M تحقق نظرية فيثاغورس وبالتالي (Γ) هيسطح كرة قطرها AB ومركزها I

ب/ استنتج تقطع المجموعة (Γ) مع المستقيمين (Δ) و (d) :

بما أن : $B \in (\Delta)$ و $A \in (d)$ و (Γ) هي دائرة قطرها AB فإن: $(\Gamma) \cap (\Delta) = \{B\}$ و $(\Gamma) \cap (d) = \{A\}$

التمرين الثاني:(4.5 **نقط**) 1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z الآتية : $(Z-4-2i)(Z^2-2Z+2)=0$

$\begin{cases} Z-4-2i=0 \\ Z^2-2Z+2=0 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} Z=4+2i \\ Z^2-2Z+2=0 \end{cases}$

$Z^2-2Z+2=0$ نحسب المميز Δ نجد : $\Delta=-4=4i^2$ ومنه $Z_1=1+i$ و $Z_2=1-i$

ومنه مجموعة حلول المعادلة : $S=\{4+2i\,,\ 1+i\,,1-i\}$

2) أ/ بين أن : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$: $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}i=\frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{2}}$

ب/ استنتج طبيعة المثلث BAC **ثم** احسب مساحته

المثلث BAC قائم في B ومساحته : $S_{BAC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{\sqrt{10}\times\sqrt{\frac{10}{4}}}{2}=\frac{10}{4}$ و.م

3) **أ**/ عين الكتابة المركبة للتشابه S :

لدينا: $\frac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\frac{1}{2}i$ أي : $(z_C-z_B)=\frac{1}{2}i(z_A-z_B)$ وبعد التبسيط نجد : $Z_C=\frac{1}{2}i\,Z_A+5$

إذن العبارة المركبة للتشابه هي : $Z'=\frac{1}{2}i\,Z+5$

ب/ عين Z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S

$Z_D=\frac{1}{2}i\,Z_C+5=\frac{19}{4}+i\frac{9}{4}$

جـ/ بين أن صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD **ثم** استنتج مساحة المثلث BCD

S تشابه مركزه B ونسبته $\frac{1}{2}$ ويحول A **إلى** C ويحول C **إلى** D ومنه صورة المثلث BAC بالتشابه S هو المثلث BCD

و م $S_{BCD}=\frac{CB\times BD}{2}=\frac{\frac{1}{2}AB\times\frac{1}{2}BC}{2}=\frac{\frac{1}{4}AB\times BC}{2}=\frac{S_{BAC}}{4}=\frac{10}{16}$

4) **أ**/عين طبيعة المجموعة (E) وحدد عناصرها المميزة:

(E) هي دائرة قطرها AD أي : $(E):(x-x_A)(x-x_D)+(y-y_A)(y-y_D)=0$

ومنه : $(E):x^2+y^2-\frac{23}{4}x-\frac{13}{4}y+7=0$ وبالتالي هي دائرة مركزها $G\left(\frac{23}{8}\,;\frac{13}{4}\right)$ ونصف قطرها $\sqrt{7}$

ب/تحقق **أن** النقطة C تنتمي **إلى** المجموعة (E) ثم استنتج طبيعة المثلث ACD

$C\ \square\ (E)\ \square\ \left(\frac{9}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{23}{4}\left(\frac{9}{2}\right)-\frac{13}{4}\left(\frac{1}{2}\right)+7=0$ اي $0=0$

ومنه المثلث ACD قائم في النقطة C

التمرين الثالث (4,5 **نقط**) نعتبر المتتالية (u_n): $\begin{cases} U_0=3 \\ U_{n+1}=f(U_n)=\frac{2}{U_n+1} \end{cases}$

1 **أ**/ تمثيل الحدود U_0 . U_1 ، U_2، U_3، U_4، U_5 **و** U_6 على حامل محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب/ ضع تخمينا حول رتابة المتتالية (U_n) وتقاربها

(U_n) متتالية غير رتيبة وهي متقاربة نحو العدد 1

جـ/ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_{2n}) **و** المتتالية (U_{2n+1})

من التمثيل نستنتج **أن** المتتالية (U_{2n}) متتالية متناقصة والمتتالية (U_{2n+1}) متتالية متزايدة

2 برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n \le 3$

من اجل $n = 0$: $0 \le U_0 \le 3$ أي $0 \le 3 \le 3$ القضية صحيحة

نفرض أن $0 \le U_n \le 3$ ونثبت صحة القضية $0 \le U_{n+1} \le 3$

لدينا : $0 \le U_n \le 3$ ، وبإضافة العدد 1 إلى الطرفين نجد: $1 \le U_n + 1 \le 4$ وبقلب طرفي المتباينة وضرب الطرفين في (2) نجد : $1 \le \frac{2}{U_n+1} \le \frac{2}{4}$ أي $1 \le U_{n+1} \le \frac{1}{2}$ ومنه : $0 \le U_{n+1} \le 3$

إذن من اجل كل عدد طبيعي n فإن : $0 \le U_n \le 3$

3 **أ-** بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\left(-\frac{1}{2}\right)$ يطلب تعيين حدّها الأول

لدينا : $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2}$ ومنه $V_{n+1} = \frac{U_{n+1}-1}{U_{n+1}+2}$

أي $V_{n+1} = \frac{\frac{2}{U_n+1}-1}{\frac{2}{U_n+1}+2}$ إذن : $V_{n+1} = \frac{-U_n+1}{2U_n+4}$

وبأخذ $\left(\frac{-1}{2}\right)$ عامل مشترك نجد : $V_{n+1} = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{U_n-1}{U_n+2}\right)$ أي $V_{n+1} = -\frac{1}{2}V_n$

إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\left(q = -\frac{1}{2}\right)$ وحدها الأول: $V_0 = \frac{U_0-1}{U_0+2} = \frac{2}{5}$

ب- أكتب V_n بدلالة n ، ثم استنتج U_n بدلالة n

$V_n = \frac{2}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ ومن العبارة $V_n = \frac{U_n-1}{U_n+2}$ نجد: $U_n = \frac{2V_n-1}{V_n-1}$ إذن : $U_n = \frac{\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}$

ج- احسب $\lim_{n\to+\infty} U_n$ وماذا تستنتج ؟:

$$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1}{\frac{2}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^n-1} = \frac{-1}{-1} = 1$$

ومنه نستنتج أن : (U_n) متتالية متقاربة نحو العدد 1

<u>التمرين الرابع</u> (07نقاط): I نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = xe^x + e^x - 1$

1 بين أن: $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -1$ وفسر النتيجة بيانيا ، ثم احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} xe^x + e^x - 1 = -1$ ومنه $y = -1$ معادلة لمستقيم مقارب أفقي بجوار $-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

2 ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها :

<u>نحسب الدالة المشتقة وندرس إشارتها:</u> $g'(x) = e^x(x+2)$

ومنه من اجل كل عدد حقيقي: $g'(x) = 0$

إذا كان : $(x+2) = 0$ أي $x = -2$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
$g(x)$	-1	↘	$g(-2)$	↗	$+\infty$

3 أحسب $g(0)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$:

ومنه: $g(0)=0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=xe^x-x$

1 احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

2 أ/ بين انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$

$$f'(x)=xe^x+e^x-1=g(x)$$

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(0)$	↗	$+\infty$

3 أ/ بين ان المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x)\right) = \lim\limits_{x\to-\infty} xe^x = 0$ ومنه المستقيم (Δ) ذوالمعادلة $y=-x$ هو مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ):

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)+x$		-	0	+	
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(0,0)$	(C_f) فوق (Δ)	

4 أ/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف w يطلب تعيين احداثييها:

$f'(x) = g(x)$ اذن : $f''(x) = g'(x)$

ومنه (C_f) يقبل نقطة انعطاف عند : $x = -2$ وهي: $w(-2\ ,-2e^{-2} + 2)$

ب/ بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة له :

(C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يعني أن : $f'(x) = -1$ أي: $x = -1$

معادلة (T) : $(T): y = f'(-1)(x + 1) + f(-1)$ إذن: $y_T = -x - e^{-1}$

ج/ احسب $f(1)$ و $f(2)$ ثم انشئ (Δ) و المماس (T)و المنحنى (C_f)

د/ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية : $xe^x = m$

$xe^x = m$ فمن اجل كل عدد حقيقي $xe^x - x = m - x$ أي : $f(x) = -x + m$

m	$-\infty$	$-e^{-1}$		0	$+\infty$
$f(x) = -x + m$	المعادلة لاتقبل حل	المعادلة تقبل حل مضاعف $x = -2$	المعادلة تقبل حلين سالبين	المعادلة تقبل حل معدوم	المعادلة تقبل حل موجب

5 /a بين أن : $x \mapsto (x-1)e^x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto xe^x$ على $\mathbb{R}$:

$$\left((x-1)e^x\right)' = xe^x$$

/b احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=-1$ و $x=0$

مساحة الحيز هي :

$$\int_{-1}^{0}[-x-f(x)]dx = \int_{-1}^{0}[-xe^x]dx = -\int_{-1}^{0}[xe^x]dx = -[(x-1)e^x]_{-1}^{0} = 1-2e^{-1}$$

ومنه مساحة الحيز هي 0.624 وحدة مساحة

الموضــوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1 أ/ اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB):

$(AB): \overrightarrow{AM} = t\,\overrightarrow{AB}$ ومنه :

$$(AB): \begin{cases} x = t-3 \\ y = -2t+3 \\ z = -2t+2 \end{cases} \quad (t \in \mathcal{R})$$

ب/ أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q):

لدينا :
$$\begin{cases} x = \alpha + \beta \;\cdots\cdots\cdots\; (1) \\ y = 4\alpha - 2\beta + 1 \;\cdots\cdots\; (2) \\ z = \alpha - 2\beta - 2 \;\cdots\cdots\; (3) \end{cases}$$
 : من $((1)-(3))$ نجد $\beta = \frac{x-z-2}{3}$

ومن (1) نجد: $\alpha = x - \beta = \frac{2x+z+2}{3}$ وبالتعويض في (2) نجد: $(Q) : 2x - y + 2z + 5 = 0$

ج/ تحقق أن المستويين (p) و (Q) متعامدان ويتقاطعان وفق المستقيم (AB):

$\vec{n}_p.\vec{n}_Q = 0$ اذن : $\vec{n}_p \perp \vec{n}_Q$ ومنه المستويين (p) و (Q) متعامدان

$(AB) \subset (p) \Leftrightarrow 2(t-3) + 2(-2t+3) - (-2t+2) + 2 = 0$ أي $0 = 0$

$(\Delta) \subset (Q) \Leftrightarrow 2(t-3) - (-2t+3) + 2(-2t+2) + 5 = 0$ أي $0 = 0$

2 أ/ عين المركز C ونصف القطر r لسطح الكرة (S) الذي يمس كل من المستويين (p) و (Q) في النقطتين E و F على الترتيب

المركز C هو نقطة تقاطع المستقيمين (CE) و (CF) ومنه :
$$\begin{cases} (CE): \overrightarrow{EM} = t\vec{n}_p \\ (CF): \overrightarrow{FM} = \lambda\vec{n}_Q \end{cases}$$

إذن :
$$(CE): \begin{cases} x = 2t \\ y = 2t \\ z = -t+2 \end{cases} \quad (t \in \mathcal{R})$$

و
$$(CF): \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = -\lambda+3 \\ z = 2\lambda - 1 \end{cases} \quad (\lambda \in \mathcal{R})$$

$(CE) \cap (CF)$ يعني أن :
$$\begin{cases} 2t = 2\lambda \\ 2t = -\lambda + 3 \\ -t + 2 = 2\lambda - 1 \end{cases}$$

ومنه $t = \lambda = 1$ أي : $C(2\,,2\ ,1)$ ونصف القطر $r = CE = \sqrt{(0-2)^2 + (0-2)^2 + (2-1)^2} = 3$

ب/ لنستنتج بعد النقطة C عن كل من المستويين (p) و (Q):

المسافة بين C والمستويين (p) و (Q) هي: $CE = CF = r = 3$

3 /**a** تحقق أن المثلث ABC قائم في النقطة B ثم احسب مساحته

لدينا: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC} = 0$ أي $\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix} = \mathbf{0}$ ومنه المثلث ABC قائم في النقطة B

إذن: و م $S_{ABC} = \frac{AB\times BC}{2} = \frac{3\times3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

/**b** بين أن $\overrightarrow{EF}$ عمودي على المستوي (ABC):

$\begin{cases}\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{AB} = 0\\ \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{BC} = 0\end{cases}$ أي: $\begin{pmatrix}0\\3\\-3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}1\\-2\\-2\end{pmatrix} = \mathbf{0}$ و $\begin{pmatrix}0\\3\\-3\end{pmatrix}.\begin{pmatrix}4\\1\\1\end{pmatrix} = \mathbf{0}$

/**c** احسب حجمي رباعيي الوجوه ABCE و ABCF:

$V_{ABCE} = \frac{1}{3}\,S_{ABC} \times EI$.

و $V_{ABCF} = \frac{1}{3}\,S_{ABC} \times FI$ حيث I منتصف [EF]

إذن: $V_{ABCE} = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}\,(U.V)$

و $V_{ABCF} = \frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{9}{2}\,(U.V)$

ملاحظة: يمكن حساب حجمي رباعيي الوجوه ABCE و ABCF باعتبار أن : الارتفاع هو CE و CF والقاعدة هي المثلث ABE و ABF على الترتيب

التمرين الثاني: **(4,5 نقط):**

1) عين α و β بحيث يكون: $|L| = 1$ و $\arg(L) = \frac{\pi}{4}$:

لدينا : $L = \frac{\alpha+\beta i}{3+5i} = \frac{(\alpha+\beta i)\times(3-5i)}{(3+5i)\times(3-5i)} = \frac{(3\alpha+5\beta)}{34} + i\,\frac{(3\beta-5\alpha)}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\,\frac{\sqrt{2}}{2}$

إذن: $\begin{cases}\frac{(3\alpha+5\beta)}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2}\\ \frac{(3\beta-5\alpha)}{34} = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$ أي : $\begin{cases}3\alpha + 5\beta = 17\sqrt{2}\\ 3\beta - 5\alpha = 17\sqrt{2}\end{cases}$ وبحل جملة المعادلتين نجد : $\alpha = -\sqrt{2}$ و $\beta = 4\sqrt{2}$

2) **أ/** عين قيم العدد الطبيعي حتى يكون L^n عددا حقيقيا موجبا:

لدينا: $L = e^{i\frac{\pi}{4}}$ إذن : $L^n = e^{i\frac{n\pi}{4}}$ ومنه : يكون L^n عددا حقيقيا موجبا إذا كان: $\arg(L) = 2k\pi$

أي : $\frac{n\pi}{4} = 2k\pi$ وبالتالي : $k \in \mathbb{Z}$; $n = 8k$

ب/ بين أن: $L^{2016} = 1$ ، ثم احسب $(-\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i)^{2016} - (3+5i)^{2016}$:

$L^{2016} = e^{i\frac{2016\pi}{4}} = e^{i8(252)\pi} = 1$

لدينا: $L^{2016} = 1$ أي $\left(\frac{-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i}{3+5i}\right)^{2016} = 1$ إذن: $\frac{(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i)^{2016}}{(3+5i)^{2016}} = 1$

ومنه نستلزم : $(3+5i)^{2016} = \left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016}$ أي : $\left(-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^{2016} - (3+5i)^{2016} = 0$

3) أ/ عين زاوية الدوران الذي مركزه O ويحول B إلى A

$(z_A - z_O) = a(z_B - z_O)$ إذن: $a = \frac{z_A}{z_B} = \frac{-\sqrt{2}+4\sqrt{2}i}{3+5i} = L = e^{i\frac{\pi}{4}}$

ومنه **الدوران الذي مركزه** O ويحول B **إلى** A زاويته $\frac{\pi}{4}$

ب/ استنتج طبيعة المثلث OBA: **المثلث** OBA مثلث متقايس الساقين

جـ/ بين أن: $AB = \sqrt{34\left(2-\sqrt{2}\right)}$:

$$AB = \sqrt{\left(3+\sqrt{2}\right)^2 + \left(5-4\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{34\left(2-\sqrt{2}\right)}$$

4) أ بين أن : $MA^2 + MB^2 = 2MG^2 + 17\left(2-\sqrt{2}\right)$:

$$MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB}\right)^2$$

$$= 2\overrightarrow{MG}^2 + 2\overrightarrow{MG}\left(\overrightarrow{GA}.\overrightarrow{GB}\right) + \overrightarrow{GA}^2 + \overrightarrow{GB}^2$$

$$= 2\overrightarrow{MG}^2 + 2\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{2}\right)^2 = 2\overrightarrow{MG}^2 + \frac{\overrightarrow{AB}^2}{2} = 2MG^2 + \frac{(AB)^2}{2} = 2MG^2 + 17\left(2-\sqrt{2}\right)$$

أ عين مجموعة النقط M من المستوي حيث : $MA^2 + MB^2 = 1 + 17\sqrt{2}$

$MA^2 + MB^2 = 42 - 17\sqrt{2}$ أي : $2MG^2 + 17\left(2-\sqrt{2}\right) = 42 - 17\sqrt{2}$ ومنه : $2MG^2 = 8$

أي $MG = 2$ ومنه **مجموعة النقط** M هي دائرة مركزها ونصف قطرها 2

التمرين الثالث:(4,5 نقط): نعتبر المتتالية U_n المعرفة بـ: $\begin{cases} U_1 = \frac{1}{4} \\ U_{n+1} = \frac{n}{4(n+1)}U_n \end{cases}$

متتالية عددية **معرفة** كمايلي: $U_1 = \frac{1}{4}$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1} = \frac{n}{4(n+1)}U_n$

1 أ/ احسب U_2 و U_3 : $U_2 = \frac{1}{4(1+1)}U_1 = \frac{1}{32}$ **و** $U_3 = \frac{2}{4(2+1)}U_2 = \frac{1}{384}$

ب/ برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 0$

- من اجل $n = 1$: $U_1 > 0$ أي $\frac{1}{4} > 0$ القضية صحيحة
- نفرض أن $U_n > 0$ ونثبت صحة القضية $U_{n+1} > 0$
- لدينا : $U_n > 0$ و $n > 0$ فإن : $\frac{n}{4(n+1)} > 0$ إذن : $\frac{n}{4(n+1)}U_n$ أي $U_{n+1} > 0$

إذن من اجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_n > 0$

ج/ ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متتالية متقاربة و احسب نهايتها

$$U_{n+1} - U_n = \frac{n}{4(n+1)}U_n - U_n = \frac{-3n-4}{4(n+1)}U_n < 0$$

ومنه المتتالية (U_n) متناقصة ولكونها محدودة من الأسفل كذلك فهي متتالية متقاربة و نهايتها هي l حيث:

$$\lim_{n\to+\infty} U_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{x\to+\infty} f(l) = l$$

ومنه $f(l) = l$ تكافئ $\frac{n}{4(n+1)}l = l$ أي $\frac{-3n-4}{4(n+1)}\, l = 0$

و بما $\frac{-3n-4}{4(n+1)} \neq 0$ فإن $l = 0$ وبالتالي $\lim_{n\to+\infty} U_n = 0$

2 **أ/** بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدّها الأول V_1 حيث: $V_n = n2^nU_n$:

لدينا: $V_n = n2^nU_n$ أي: $V_{n+1} = (n+1)2^{n+1}U_{n+1}$

$$= (n+1)2^n \times 2\frac{n}{4(n+1)}U_n$$

$$= \frac{1}{2}n2^nU_n$$

ومنه: $V_{n+1} = \frac{1}{2}V_n$

إذن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\left(q = \frac{1}{2}\right)$ وحدها الاول: $V_1 = 1 \times 2 \times U_1 = \frac{1}{2}$

ب/ أكتب كلا من V_n وU_n بدلالة n ، ثم اثبت صحة تقارب المتتالية (U_n):

$V_n = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ و لدينا: $V_n = n2^nU_n$

نستلزم أن: $U_n = \frac{1}{n2^{2n}}$ ومنه $\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n2^{2n}} = 0$

وبالتالي متتالية متقاربة نحو 0

3 **1/** احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots\cdots + V_n$

$$S_n = \frac{1}{2} \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n}{1-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$$

2/ احسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = U_1 \times (2U_2) \times (3U_3) \times \cdots\cdots \times (nU_n)$

لدينا: $V_n = n2^nU_n$ أي $U_n = \frac{1}{n2^n}V_n$ وبالتعويض في P_n نجد:

$$P_n = \left(\frac{1}{2}V_1\right) \times \left(2 \times \frac{1}{2\times2^2}V_2\right) \times \left(3 \times \frac{1}{3\times2^3}V_3\right) \times \cdots\cdots \times \left(n \times \frac{1}{n\times2^n}V_n\right)$$

أي: $P_n = \left(\frac{V_1}{2}\right) \times \left(\frac{V_2}{2^2}\right) \times \left(\frac{V_3}{2^3}\right) \times \cdots\cdots \times \left(\frac{V_n}{2^n}\right)$

ومنه: $P_n = \frac{V_1 \times V_2 \times V_3 \times \cdots\cdots \times V_n}{2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \cdots\cdots \times 2^n}$

ولدينا: $V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$

إذن: $P_n = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \times \cdots\cdots \times \left(\frac{1}{2}\right)^n}{2^1 \times 2^2 \times 2^3 \times \cdots\cdots \times 2^n} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{n+1}{2}\right)n}}{2^{\left(\frac{n+1}{2}\right)n}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{(n+1)n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط):

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2lnx$

1 احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجموعة:

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \left|x\left(1 - \frac{1}{x^2} - 2\frac{lnx}{x}\right)\right| = +\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to0 \\ >}} g(x) = \frac{x^2-1-2xlnx}{x} = -\infty$$

2 ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على المجال $]0,+\infty[$:

$g'(x) = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ إذن $g'(x) = 0$ أي: $x = 1$

لدينا من اجل كل $x\epsilon\,]0\ ,+\infty[$ فإن $g'(x) > 0$

ومنه الدالة g متزايدة تماما على $]0\ ,+\infty[$

- جدول تغيرات الدالة g :

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖	+	0	+	
$g(x)$	‖ $+\infty$		↗		$-\infty$

3 احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

$g(1) = 0$

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	-	0	+	

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + \frac{1}{x} - 2 - (lnx)^2$

1 أ/ اثبت أن : $\lim_{x\to+\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = 0$: ، (مساعدة : نضع $t = \sqrt{x}$)

نضع : $t = \sqrt{x}$ أي : $t^2 = x$ ومنه لما $x \to +\infty$ فإن : $t \to +\infty$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(lnx)^2}{x} = \lim_{t\to+\infty} \frac{(lnt^2)^2}{t^2} = \lim_{t\to+\infty} \left(\frac{2lnt}{t}\right)^2 = 0$$

ب/ استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left|x\left(1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} - \frac{(lnx)^2}{x}\right)\right| = +\infty$

2 1 تحقق أن : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ ، ثم احسب $\lim_{\substack{x\longrightarrow0 \\ >}} f(x)$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\frac{1}{x}} - 2 - \left(ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2 = f(x)$$

نضع : $t = \frac{1}{x}$ ومنه لما $x \overset{>}{\longrightarrow} 0$ فإن : $t \to +\infty$ اذن:

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f\left(\frac{1}{x}\right) = \lim_{t \to +\infty} f(t) = +\infty$$

2 اعط تفسيرا بيانيا للنتائج : $x = 0$ معادلة لمستقيم مقارب عمودي

3 بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$:

$$f'(x) = g(x) \times \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} - 2\frac{\ln x}{x} = g(x) \times \frac{1}{x}$$

4 استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها:

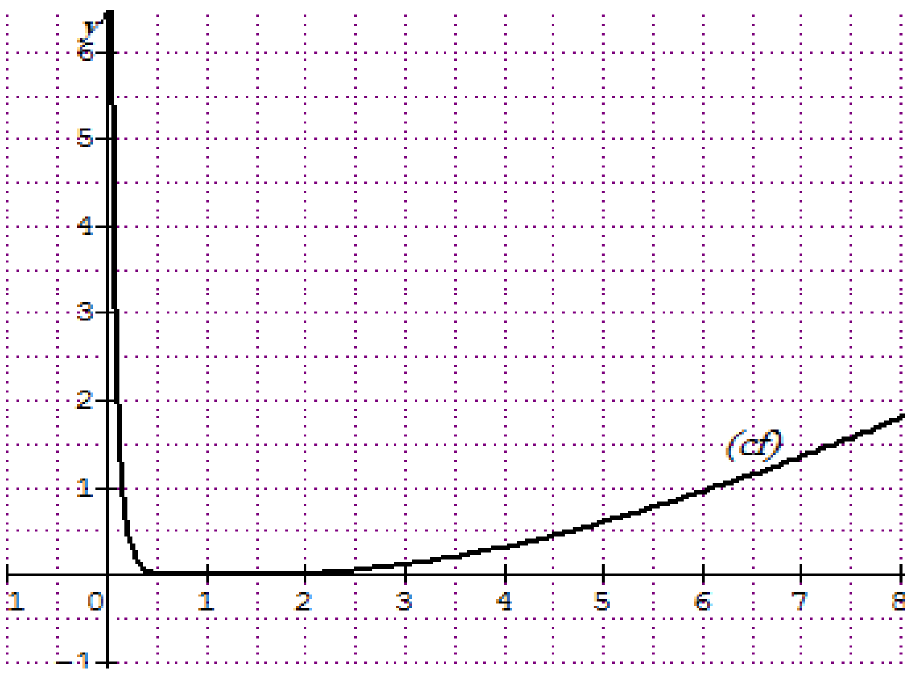
ومنه من اجل كل $x \in]0\ ,+\infty[$ فإن

اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	-	0	+	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

5 ارسم المنحنى (C_f)



6 **أ/** اثبت أن: $x \mapsto xlnx - x$ ، هي دالة أصلية للدالة : $x \mapsto lnx$ على المجل $]0, +\infty[$:

$$(xlnx - x)' = lnx + x \times \frac{1}{x} - 1 = lnx$$

ب/ بلستعمل المكاملة بالتجزئة تحقق أن : $\int_1^e (lnx)^2\, dx = e - 2$:

نضع: $\begin{cases} u(x) = (lnx)^2 \\ v'(x) = 1 \end{cases}$ نجد : $\begin{cases} u'(x) = 2\frac{lnx}{x} \\ v(x) = x \end{cases}$ اذن:

$$\int_1^e (lnx)^2\, dx = [x(lnx)^2]_1^e - \int_1^e x2\frac{lnx}{x}\, dx = [x(lnx)^2]_1^e - 2\,[xlnx - x]_1^e = e - 2$$

ج/ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e$

مساحة الحيز هي :

$$\int_1^e f(x)\, dx = \int_1^e \left[x + \frac{1}{x} - 2 - (lnx)^2\right] dx = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x} - 2\right) dx - \int_1^e (lnx)^2 dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}x^2 + ln|x| - 2x\right]_1^e - (e - 2) = \frac{1}{2}e^2 - 3e + \frac{9}{2}$$

ومنه مساحة الحيز المطلوبة هي : $\frac{(e-3)^2}{2}$ وحدة مساحة