مديرية التربية لولايتي البويرة و بومرداس
ثانويات : بشلول+ نصر الدين المشدالي + صحاريج + حيزر + الأربعطاش الجديدة

المستوى: السنة الثالثة علوم تجريبية — دورة مـــاي 2016
المادة: رياضيات — المـــدة: 03 ساعات و30 دقيقة

امتحان الباكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد، متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A, B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+i$ ، $z_B=\sqrt{3}-i$ و $z_C=4$.

1) أ) أكتب الأعداد ، z_A ، z_B و $\frac{z_A}{z_B}$ على شكل المثلثي، ثم استنتج الشكل الأسي .

ب) أكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على شكله الجبري ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2) أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n=\frac{1}{8}\left(1-\sqrt{3}i\right)$ ، أحسب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8$.

3) ليكن التحويل النقطي S الذي يرفق بكل النقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}z$.

- حدد طبيعة التحويل النقطي S و عناصره المميزة.

4) أ) أوجد المجموعة (Γ_1) للنقط $M(z)$ من المستوي و التي تحقق : $z=z_c+2e^{i\theta}$ لما θ تمسح $\mathbb{R}$.

ب) أوجد المجموعة (Γ_2) للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق : $Arg(z-z_c)=\frac{\pi}{4}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$

5) أوجد صورة (Γ_1) بالتحويل النقطي S ، استنتج مساحتها .

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(3;4;0)$، $B(0;5;0)$، $C(0;0;5)$ ، $D(-2;-6;5)$ ، $E(-4;0;-3)$ و الشعاع $\vec{n}(1;3;3)$

1. بين أن النقط A,B,C تعيّن مستو (ABC)،تأكد أن $\vec{n}$ شعاع ناظمي له ثم اكتب معادلة ديكارتية له

2 . أ / برهن أن المثلث AOB متساوي الساقين .

ب / عين إحداثيي النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$ ، ثم بين أن $OI=\frac{3\sqrt{10}}{2}$.

جـ / بين أن المستقيم (OC) عمودي على المستوي (AOB)

د/ استنتج حجم رباعي الوجوه $OABC$

3. احسب المسافة بين النقطة O والمستوي (ABC) .

4 . أ/ جد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DE) .

ب/ اكتب معادلة ديكارتية للمستوي المحوري (Q) للقطعة المستقيمة $[DE]$.

جـ / تحقق ان النقطة $F\left(-1;1;\frac{7}{2}\right)$ تنتمي للمستوي (Q)

د / استنتج المسافة بين النقطة F والمستقيم (DE) .

التمرين الثالث : (3.5 نقاط)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_n = \int_{n}^{n+1} e^{2-x}\,dx$

1) أحسب u_0 ثم اثبت مستعملا مبدأ الاستدلال بالتراجع ، أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 0$

2) أحسب u_n بدلالة n .

3) برهن أن المتتالية (u_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول .

4) أ) أحسب بدلالة n الفرق $u_{n+1} - u_n$ ، ثم أستنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) إستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

5) نضع ، من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

أحسب بدلالة n المجموع S_n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

الجزء1: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^{x})$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث الوحدة $2cm$ على محور الفواصل و $5cm$ على محور التراتيب

1. أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

2. أ/بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x) = \frac{x}{e^{x}} + e^{-x}\ln(1+e^{-x})$

ب/ أحسب نهاية f عند $+\infty$، ثم فسر النتيجة هندسيا.

3. نعتبر على المجال $]-1;+\infty[$ الدالة g المعرفة بـ: $g(t) = \frac{t}{1+t} - \ln(1+t)$

أ/ أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال $[0;+\infty[$

ب/ أحسب $g(0)$، ثم إستنتج إشارة $g(t)$ من أجل t موجب تماما.

4. أ/بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = \frac{g(e^{x})}{e^{x}}$

ب/ إستنتج أن f متناقصة تماما على مجموعة تعريفها، ثم شكل جدول تغيراتها.

ج/ أنشئ (C_f)

الجزء الثاني: نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي t: $\frac{1}{1+e^{t}} = 1 - \frac{e^{t}}{1+e^{t}}$

2. باستعمال التكامل بالتجزئة بين أن: $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^{x}}{e^{x}}\right) - f(x) + 2\ln 2$

3. إستنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ ، $x=\ln 4$ ، $x=0$.

الموضوع الثاني:

التمرين الاول : (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم ، متعامد ، متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A\left(-1;-3;3\right)$ ، $B\left(-3;-2;1\right)$ و $C\left(1;5;6\right)$

و المستقيمان : $(\Delta):\begin{cases}x=-1-2t\\y=-3+t\\z=2-t\end{cases}\quad (t\in\mathbb{R})$ و $(d):\begin{cases}x=-k\\y=-4k+1\\z=-2k+4\end{cases}\quad (k\in\mathbb{R})$

1. بين أن المستقيمين (d) و (Δ) يتقطعان في نقطة D يطلب تعين إحداثياتهـــا .
2. تحقق أن : $B\in(\Delta)$ و $C\in(d)$، ثم بين أن المثلث BCD قائم.
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) المعرف بالمستقيمين (d) و (Δ) .
4. تحقق أن المستوي $(Q):-4x+y-1=0$ معرف بالمستقيم (d) و النقطة A
5. ليكن α عدد حقيقي و G نقطة من الفضاء .
   أ) عين شرطا على العدد الحقيقي α بحيث تكون النقطة G مرجح للجملة المثقلة $\left\{(B,\alpha);(C,-2\alpha);(D,5)\right\}$.
   ب) أوجد إحداثيات النقطة G من أجل $\alpha=-1$.
6. عين (S) مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $GM^2=36$.

التمرين الثاني : (5 نقاط)

I) 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ، $z^2+2\sqrt{3}z+4=0$

2) نضع : $z_A=2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ ، $z_C=-\sqrt{3}-i$. أكتب الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي .

3) بين ان العدد ، $z_B{}^{2016}$ حقيقي

II) المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$

نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب z_A ، z_B و z_C

1) أحسب قيسا للزاوية $\left(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}\right)$ ثم إستنتج طبيعة المثلث OAB .

2) أثبت أن الرباعي OABC معين يطلب حساب مساحته .

3) أ)حدد زاوية الدوران $\mathfrak{R}$ الذي مركزه النقطة B و يحول النقطة O الى النقطة A

ب) أكتب الصيغة المركبة للتحاكي $\mathcal{H}$ الذي مركزه B ونسبته 2

4) حدد الطبيعة و العناصر المميزة لتحويل $S=\mathfrak{R}\circ\mathcal{H}$ ثم أعط الصيغة المركبة له .

5) عين طبيعة صورة المعين OABC بالتحويل S . ثم أحسب مساحته .

التمرين الثالث : (4 نقاط)

(U_n) و (V_n) متتاليتان معرفتان كما يلي : $U_0=1$ و $V_0=2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n:

$$U_{n+1}=\frac{U_n+2V_n}{3} \quad ، \quad V_{n+1}=\frac{U_n+4V_n}{5}$$

1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $W_n=U_n-V_n$.

أ) أثبت أن المتتالية (W_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول.

ب) أكتب W_n بدلالة n ، ثم عين نهايتها.

2) عبر عن: $U_{n+1}-U_n$ و $V_{n+1}-V_n$ بدلالة W_n.

- استنتج اتجاه تغير المتتالتين (U_n) و (V_n) ، ثم بين أنهما متجاورتان.

3) من اجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة بـ : $t_n=3U_n+10V_n$

أ) بين أن المتتالية (t_n) ثابتة ، ثم احسب نهايتها.

ب) عين نهاية المتتاليتين (U_n) و (V_n).

التمرين الرابع: (7 نقاط)

الجزء 01:

نعتبر الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $F(x)=\alpha x+\frac{\beta}{1+e^x}$ حيث $\alpha\ ;\ \beta$ عددان حقيقيان ثابتان.

أحسب $F'(x)$ ثم عين العددين الحقيقيين $\alpha\ ;\ \beta$ حيث $F(1)=\frac{e}{1+e}$ و $F'(0)=\frac{5}{4}$

الجزء 02: نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{1+e^x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 4cm.

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)>0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3. أ) بين أن المستقيمين المعرفين بـ $(\Delta_1):\ y=x$ و $(\Delta_2):\ y=x-1$ مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f)

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) و المستقيمان (Δ_1) و (Δ_2).

4. تحقق أن $f(-x)+f(x)=-1$ ، ماذا تستنتج؟

5. ليكن (T) المماس للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 . اكتب معادلة لـ (T).

6. أ) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث $0<\alpha<0{,}5$

ب) تحقق أن $1+e^{\alpha}=\frac{1}{\alpha}$.

7. أنشئ كلا من (Δ_1)، (Δ_2)، (T) و (C_f). (نقبل ان المنحنى (C_f) يقبل $\left(0\ ;-\frac{1}{2}\right)$ كنقطة إنعطاف)

8. ناقش بيانيا و ذلك حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $m=\frac{1}{1+e^x}$

9. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، كما يلي: $u_n=\int_{\alpha}^{n}[x-f(x)]\,dx$.

أ) أعط تفسيرا هندسيا لـ u_n

ب) تحقق أن $x-f(x)=1-\frac{e^x}{1+e^x}$.

جـ) احسب u_n بدلالة n

د) بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n=-(\alpha+\ln\alpha)$.

بالتوفيق -- بكالوريا جوان 2016