مديرية التربية لولاية تيسمسيلت ثانويتي: ابن خلدون –سعد دحلب

المستوى: 3 ع ت يوم 09 – 05 – 2016 المدة: 3 ساعات ونصف

بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

الموضوع الاول

التمرين الأول(4.5):

الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. (P) المستوي ذو المعادلة $2x+y-2z+4=0$ والنقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ و $C(4;-2;5)$

1. اثبت ان النقط A ،B ،C تعين مستويا ثم تحقق ان هذا المستوي هو (P) . بين ان المثلثABC قائم
2. ا) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم(Δ) الذي يشمل النقطة Oوعمودي على المستوي (P)

   ب) استنتج احداثيات النقطةH المسقط العمودي للنقطة Oعلى المستوي(P) . احسب OH

   ج) احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$
3. لتكن النقطةG مرجح الجملة المثقلة $\{(O,3);(A,1);(B,1);(C,1)\}$و$I$ مركز ثقل المثلث ABC

   بين ان النقطة Gتنتمي الى المستقيم(OI) واحسب بعد النقطةG عن المستوي (P)
4. لتكن (S)مجموعة النقط Mمن الفضاء حيث : $\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=6$

   ا) حد طبيعة المجموعة(S) وعناصرها المميزة

   ب) ماهي طبيعة مجموعة النقط تقاطع (S)و(P) ؟ برر اجابتك

التمرين الثاني(04):

$(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بحدها الأول$u_0=\frac{1}{5}$ ومن اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$

1. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $0<u_n<\frac{1}{2}$
2. ا) تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$. استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

   ب) بين ان المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة ثم احسب نهايتها
3. نضع من اجل كل عدد طبيعي n ، $v_n=\frac{5^n u_n}{2u_n-1}$

   ا) اثبت ان (v_n) متتالية هندسية أساسها 10 ويطلب حساب حدها الأول v_0

   ب) اكتب عبارةv_n بدلالةn . ثم بين ان $u_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$. احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$
4. احسب بدلالةn المجموع S_n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+\cdots+\frac{1}{u_n}$

التمرين الثالث(4.5):

1. نعتبر كثير الحدود $P(z)$للمتغير المركبz المعرف بـ: $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

   ا) احسب $P(-1)$ ثم بين انه يوجد عددين حقيقيينa و b حيث : $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$

   ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$
2. المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس$(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ،B ،C وG لواحقها : $z_A=-1$ ،$z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=2-i\sqrt{3}$ و $z_G=3$

ا) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سالبا

ب) احسب الاطوال AB،AC،وBC . استنتج طبيعة المثلث ABC

3. ا) اكتب $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ على الشكل الاسي . استنتج ان A هي صورة G بتحويل نقطي يطلب تعيينه

ب) اوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACG

4. ا) بين ان النقطة G هي مرجح الجملة $\{(A,-1);(B,2);(C,2)\}$

ب) عين مجموعة النقط M من المستوي والتي تحقق : $(-\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}).\overrightarrow{CG} = -4$

5. أنشئ النقطة H ذات اللاحقة $z_H = 1 + e^{i\frac{\pi}{6}}$ دون أي حساب

احسب $|z_H|$. عين بطريقة هندسية عمدة للعدد المركب z_H

التمرين الرابع(07) :

I. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة : $g(x) = x - 1 + 2\ln x$

1. احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} g(x)$

2. عين اتجاه تغير الدالة g

3. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 2 + (\ln x)^2 - \ln x$. نسمي المنحنى (C_f) الممثل للدالة f في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. ا) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم قدم جدول تغيراتها

2. اثبت ان المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما x_0 وx_1 حيث : $\frac{1}{e} < x_0 < 1$ و $2 < x_1 < \frac{9}{4}$

3. ا) حل المعادلة ذات المجهول x ، $f(x) = x$

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمنصف الاول (Δ)

4. اوجد النقطة من (C_f) التي يكون فيها المماس (T) للمنحنى (C_f) موازيا المنصف الأول (Δ)

5. أنشئ المماس (T) والمنحنى (C_f)

6. ناقش باستعمال المنحنى (C_f) ، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود حلول المعادلة : $(\ln x)^2 - \ln x - m - 2 = 0$

III. نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $F(x) = x(\ln x)^2 - 2x\ln x + 2x$

1. اثبت ان F هي دالة اصلية للدالة $x \mapsto (\ln x)^2$ على المجال $]0;+\infty[$

2. استنتج الدالة الاصلية G للدالة f على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من اجل $x = 1$. احسب $\lim_{x\to1} \frac{G(x)}{x-1}$

الموضوع الثاني

التمرين الأول(04.5) :

في الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر$\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A(3;1;0)$، $B(1;2;0)$، $C(3;2;1)$ و $D(0;0;m)$

حيثm عدد حقيقي موجب

1. ا) احسب الجداء السلمي$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ ثم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\widehat{ABC}$ و $\sin\widehat{ABC}$

ب)احسب مساحة المثلث ABC

2. بين ان الشعاع$\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$ ناظمي للمستوي(ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له

3. بين ان$ABCD$ رباعي وجوه وان حجمه $V_{ABCD}=\frac{2m+5}{6}$

4. لتكن (S_m) مجموعة النقط$M(x;y;z)$ من الفضاء والتي تحقق: $x^2+y^2+z^2-2mz+m^2-9=0$

بين انه من اجل كل عدد حقيقي موجب m فان (S_m) سطح كرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

5. عين قيمةm حتى يكون(ABC) مستوي مماس لسطح الكرة (S_m)

6. اكتب معادلة للمستوي(P) الموازي تماما للمستوي (ABC) ويمس (S_m)

التمرين الثاني(04) :

في الشكل المقابل $\left(C_f\right)$ التمثيل البياني للدالة f على المجال$[0;3]$ حيث : $f(x)=2-(x-2)^2$ و (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=x$

1. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=\frac{5}{4}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

ا) مثل على محور الفواصل (على الوثيقة المرفقة) الحدود التالية: u_0، u_1، u_2، u_3 دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

2. ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعيn : $1<u_n<2$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة

3. (v_n) المتتالية العددية المعرفة على$\mathbb{N}$ بالعلاقة : $v_n=\ln(2-u_n)$

ا) برهن ان (v_n) متتالية هندسية أساسها2 . يطلب حساب حدها الأول

ب) اكتب بدلالةn كلا من v_nوu_n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

ج) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+\cdots+v_n$

د) احسب بدلالة n الجداء : $S_n=(2-u_0)(2-u_1)(2-u_2)\ldots(2-u_n)$

التمرين الثالث(4.5) :

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة$\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب zالتالية : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$

2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر$(O;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقطA، B، C، و D لواحقها على الترتيب :

$z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ ، $z_D=\overline{z_C}$

بين ان النقط A، B، C وD تنتمي الة نفس الدائرة(C) التي مركزهاΩ ذات اللاحقة$z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

3. لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة الى المبداO

ا) بين ان $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ثم استنتج طبيعة المثلث BEC

ب) بين انه يوجد دورانR مركزه النقطة Bويحول النقطةE الى النقطة C يطلب تعيين زاويته

4. نعتبر التحويل النقطيS الذي يرفق بكل نقطةM ذات اللاحقةz النقطة $'$ ذات اللاحقة z'حيث :

$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

ا) عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة

ب) عين طبيعة (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $z = 3 + 2\sqrt{3}e^{i\theta}$ حيث θ عدد حقيقي

ج) عين طبيعة (E') صورة (E) بالتحويل S وعناصرها الهندسية

التمرين الرابع (07) :

I. g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة : $g(x) = 1 - xe^{-x}$

1. احسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ وعين اتجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$

2. ا) اثبت من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1;+\infty[$ ، $g(x) \geq 1 - e^{-1}$

ب) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $\begin{cases} f(x) = -\frac{4\ln(-x)}{x} & ; x < -1 \\ f(x) = (x+1)(1+e^{-x}) & ; x \geq -1 \end{cases}$

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. وحدة الطول : $2cm$

1. ا) تحقق ان الدالة f مستمرة عند $x_0 = -1$

ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند x_0 . اعط تفسيرا بيانيا لهذه النتيجة .

2. احسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$. استنتج ان للمنحنى (C_f) مستقيم مقارب يطلب تعيين معادلة له

3. ا) بين ان المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) في جوار $+\infty$

ب) ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) على المجال $]-1;+\infty[$

4. ا) تحقق من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty;-1[$ ، $f'(x) = \frac{4(\ln(-x)-1)}{x^2}$

ب) عين اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;-1[$ ثم على المجال $]-1;+\infty[$. قدم جدول تغيرات الدالة f

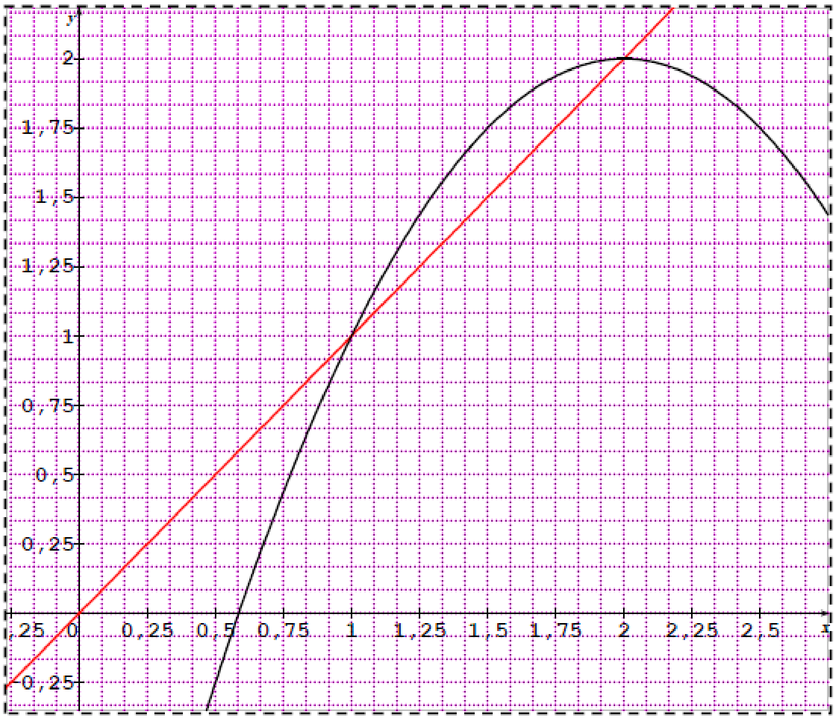
ج) بين انه توجد نقطة وحيدة فاصلتها اكبر من -1 يكون عندها المماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ)

5. ا) اثبت ان المنحنى (C_f) يقع اعلى محور الفواصل

ب) أنشئ (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f)

ج) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $x = 1$ ، $x = e$ و $y = x + 1$

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثاني — الموضوع الثاني :



الإسم واللقب : ....

وثيقة مرفقة - خاصة بالتمرين الثاني — الموضوع الثاني :

الإسم واللقب : ....