## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان البكالوريا التجريبية
شعبة العلوم التجريبية

مديرية التربية للولاية المنتدبة عين صالح
دورة مـاي 2016

اختبار مادة الرياضيات

المدة : 3 ساعات ونصف

**على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليّين**

## الموضوع الأول

### التمرين الاول (07نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $I = ]0\,;\,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + ln(x)$

1. احسب $g'(x)$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة $g$.
2. احسب $g(1)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ اشارة $g(x)$

II. نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $I = ]0\,;\,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{lnx}{x}$

وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد غير متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $||\vec{\imath}|| = 2||\vec{\jmath}|| = 2Cm.$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ; $\lim\limits_{x\to0+} f(x)$ ثم أعط التفسير الهندسي للنتيجتين .
2. بين أنه من أجل كل $x$ من $I$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f$.
3. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.
4. بين ان النقطة A(1 ;1) هي نقطة تقاطع المستقيم $(D)\ y = x$ و المنحنى $(Cf)$.
5. ادرس وضعية $(Cf)$ بالنسبة الى $(D)$.
6. اكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ للمنحنى $(Cf)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.
7. أنشئ البيان $(Cf)$ و المستقيم $(\Delta)$ .
8. عين عبارة الدوال الاصلية للدالة $h : x \to \frac{lnx}{x}$ على المجال $I = ]0\,;\,+\infty[$
9. احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات $(D)\ y = x$ ، $(d2): x = 1$ و$(d1): x = 2$

### التمرين الثاني (03.5نقاط)

يحتوي كيس على 5 كرات مرقمة من 1 إلى 5. نسحب كرة و نسجل رقمها و نعيدها إلى الكيس ثم نسحب كرة أخرى و نسجل رقمها. ليكن $X$ المتغير العشوائي المناسب لمجموع الرقمين .

| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

جدول مساعد

1. ما هو عدد الحالات الممكنة لسحب هاتين الكرتين بهذه الكيفية ←.
2. ما هو احتمال ان يكون رقمي هاتين الكرتين زوجي.
3. عين قيم المتغير العشوائي X .
4. عين حوادث المغير العشوائي X .
5. عرّف قانون احتمال لهذا المتغير العشوائي X .
6. احسب E(x) الآمل الرياضياتي و الانحراف المعياري لقانون الاحتمال.

## التمرين الثالث(05 نقاط)

نعتبر كثير الحدود للمتغيّر المركب $z$ المعرّف بـ$P(z) = (z^2+3)(z^2-6z+21)$

1. حل في C المعادلة ذات المجهول z التالية : $P(z)=0$.
2. المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس$(O;\vec{u}\,;\,\vec{v})$ .

أ - مثّل النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ ذات اللواحق على الترتيب$z_A = i\sqrt{3}$ ; $z_B = \overline{z_A}$ ; $z_C = 3+2i\sqrt{3}$ و $z_D = \overline{z_C}$

ب - أثبت أنّ النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى نفس الدائرة.

3. لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة إلى المبدأ O .

i. بيّن أن $\frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثمّ عيّن طبيعة المثلث $BEC$.

ii. استنتج طبيعة التحويل النقطي T الذي يحول النقطة E الى النقطة C و النقطة B صامدة بالنسبة له .

iii. تأكد من ان التحويل $S$ تشابه مباشر حيث $S = Toh$ علما بأن $h$ هو تحويل تحاكي نسبتة 2 و مركزه مبدأ المعلم .

iv. احسب مساحة المثلث $B'E'C'$ صورة المثلث $BEC$ بواسطة $S$ .

## التمرين الرابع (04,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ .

لتكن A (- 9 ; - 4 ; - 1) و $(P_1)$ ، $(P_2)$ المستويين الذين معادلة ديكارتية لكل منهما هي :

$(P_1): x - 2y + 4z = 9$ ،$(P_2): -2x + y + z = 6$

1. عين وضعية المستوي $(P_1)$ بالنسبة الى المستوي $(P_2)$ .
2. نرمز بـ (D) إلى مستقيم تقاطع المستويين $(P_1)$ و $(P_2)$ .

بين أن تمثيلا ن الوسيطيان: $\begin{cases} x = 1+6t \\ y = 4+9t \\ z = 4+3t \end{cases}$ ,$t \in R$ و $\begin{cases} x = -7+2t \\ y = -8+3t \\ z = t \end{cases}$ $t \in R$ هما تمثيلان للمستقيم $(D)$.

3. لتكن M نقطة كيفية من المستقيم (D).

أ) تحقق أن النقطة A لا تنتمي إلى المستوي $(P_1)$ و لا تنتمي إلى المستوي $(P_2)$ .

ب) بين أن : $AM^2 = 7(2t^2 - 2t + 3)$.

ج) لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة على R بـ : $f(t) = 2t^2 - 2t + 3$

- أدرس تغيرات الدالة $f$ .
- عين احداثيات النقطة M تكون من اجلها المسافة AM أصغرية .

ولتكن I هذه النقطة في حالة وجودها .

4. (Q) المستوي الذي يشمل A و العمودي على المستقيم $(D)$

أ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q) .

ب) برهن أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على (D) .

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليّين

## الموضوع الثاني

### التمرين الاول (04 نقاط)

لتكن $(u_n)$ متتالية عددية معرفة بـ : $u_0=-6$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2n-1$

أ) 1) أحسب : $u_1$، $u_2$ و $u_3$ .

2) برهن أنه من أجل كل $n\geq 3$، $u_n>0$

- استنتج أنه من أجل كل $n\geq 4$، $u_n>2n-3$

3) ما هي نهاية $(u_n)$ ؟

ب) نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$، $v_n=u_n-4n+10$.

1) برهن أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$، $u_n=2^{2-n}+4n-10$.

3) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

### التمرين الثاني (05نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول $Z$ : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$ .

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب .

أ – علم النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ .

ب – اكتب العدد $\frac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي . استنتج طبيعة المثلث $ABC$ .

جـ - تحقق أن النقط $A$، $B$، $C$ و $D$ تنتمي إلى الدائرة التي مركزها $O$ يطلب تعيين نصف قطرها.

3) لنعتبر التحويل النقطي $S$ الذي يحول $O$ إلى $A$ و يحول $C$ إلى $D$.

أ – اثبت أن التحويل $S$ هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة ( المركز و النسبة و الزاوية ) .

ب – تحقق أن صورة النقطة $B$ بالتشابه $S$ هي النقطة $C$.

4) لتكن النقطة $G$ مرجح النقط $A$ ، $B$ ، $C$ المرفقة بالمعاملات $1$، $-1$، $2$ على الترتيب.

أ – عين احداثيي النقطة $G$.

ب – بين ان $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق $MA^2-MB^2+2MC^2=8$ هي الدائرة التي مركزها $G$ و نصف قطرها $1$ .

## التمرين الثالث(06.5نقاط)

عتبر الدالة $f$ ذات المتغير الحقيقي $x$ المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O\ ;\ \vec{i};\vec{j}\right)$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$ .

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=0$ . ثم استنتج نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني $(C_f)$ عند $+\infty$،

ثم أدرس وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل .

4) ادرس تغيرات الدالة $f$ و شكل جدول تغيراتها .

5) اكتب معادلة المماس $(T)$ عند النقطة التي فاصلتها $x=0$

6) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها $\alpha$ حيث : $-\frac{1}{2}<\alpha<0$ .

7) أرسم المنحنى $(C_f)$ و المستقيمان $(T)$ و $(\Delta)$ ؟

8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ حلول المعادلة $f(x)=\frac{3}{2}x+m$

9) أ - بين أن الدالة $F_a : x\to(x+a)\ln(x+a)-x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x\to\ln(x+a)$

على المجال $]-a;+\infty[$

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى $(C_f)$ و المستقيمات $y=x+1$ ، $x=0$ ، $x=1$.

## التمرين الرابع (04.5نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1;0;2)$ ؛ $B(0;1;2)$ ؛ $C(1;-2;0)$

و المستوي $(p)$ الذي معادلته $3x-2y+z+3=0$ .

1) أ) بين أن النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي $(ABC)$ ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

2) أ) بين أن المستويين $(P)$ و $(ABC)$ متعامدان .

ب) بين أن تقاطع المستويين $(P)$ و $(ABC)$ هو المستقيم $(\Delta)$ المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t-1 \\ y=4t \quad ;\ t\in\mathbb{R} \\ z=5t \end{cases}$

جـ) أحسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ و المستوي $(ABC)$ ،

ثم بين أن المسافة بين النقطة $H$ و المستقيم $(\Delta)$ تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$.

3) لتكن $(\Gamma)$ مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2+2x-12y+4z+3=0$

أ) بين أن $(\Gamma)$ هي سطح كرة مركزها $H$ يطلب تعيين نصف قطرها.

ب) ما هو الوضع النسبي للمجموعة $(\Gamma)$ و المستقيم $(\Delta)$