ثانوية: الاخوة بلغالي-اولاد عباس-
السنة الدراســـية: 2016-2017

المستوى: 3 علمـي
المـادة: رياضيات

فرض محروس رقم 2 للفصل الثاني

المدة: 60 دقيقـة

**التمرين الأول:**

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=2e^{x}+2x-7$ وَ $(C_f)$ المنحنى البياني للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1| أدرس نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2| أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3| بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيداً $\alpha$ حيث: $0,94\le\alpha\le 0,941$

4| استنتج إشارة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم أرسم $(C_f)$

**التمرين الثاني:**

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

نعتبر المعادلة التفاضلية $(E)$ حيث: $y'+2y=3e^{-3x}$

1) حل المعادلة التفاضلية $(E')$ حيث: $y'+2y=0$

2) استنتج أن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}$ هي حل للمعادلة $(E')$

3) تحقق أن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-3e^{-3x}$ هي حل المعادلة $(E)$

4) بين أن الدالة $f$ هي حل المعادلة $(E)$

بالتوفيق



ثانوية: الاخوة بلغالي-اولاد عباس-
السنة الدراســـية: 2016-2017

المستوى: 3 ع تـج

المـادة: رياضيات

فرض محروس رقم 2 للفصل الثاني

المدة: 60 دقيقـة

**التمرين الأول:**

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=2e^{x}+2x-7$ وَ $(C_f)$ المنحنى البياني للدالة $f$ في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1| أدرس نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$

2| أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$، ثم شكل جدول تغيراتها.

3| بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيداً $\alpha$ حيث: $0,94\le\alpha\le 0,941$

4| استنتج إشارة $f$ على $\mathbb{R}$ ثم أرسم $(C_f)$

**التمرين الثاني:**

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

نعتبر المعادلة التفاضلية $(E)$ حيث: $y'+2y=3e^{-3x}$

1) حل المعادلة التفاضلية $(E')$ حيث: $y'+2y=0$

2) استنتج أن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}$ هي حل للمعادلة $(E')$

3) تحقق أن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-3e^{-3x}$ هي حل المعادلة $(E)$

4) بين أن الدالة $f$ هي حل المعادلة $(E)$

بالتوفيق

ثانوية: الاخوة بلغالي-اولاد عباس- المستوى: 3 ع تج

السنة الدراســية: 2017-2016 المـادة: رياضيات

# تصحيح الفرض المحروس رقم 2 للفصل الثاني

## التمرين الأول (10نقاط):

لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$

وَ نعتبر المعادلة التفاضلية $(E)$ حيث: $y'+2y=3e^{-3x}$

**1) حل المعادلة التفاضلية $(E')$ حيث:** $y'+2y=0$ 2

$(E')$ تكافئ $y'=-2y$ ولدينا $a=-2$ ومنه حلول المعادلة $(E')$ على $\mathbb{R}$ هي الدوال $x\to C\cdot e^{-2x}$

مع $C$ عدد حقيقي ثابت

**2) الاستنتاج:** 2

من أجل $C=\frac{9}{2}$ نجد أن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}$ هي حل للمعادلة $(E')$ الخاص

**3) التحقق أن الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-3e^{-3x}$ هي حل المعادلة $(E)$** 3

الدالة $g$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث $g'(x)=9e^{-3x}$ ومن أجل كل $x$ من $\mathbb{R}$ لدينا:

$$g'(x)+2g(x)=9e^{-3x}-6e^{-3x}=3e^{-3x}$$

ومنه $g$ حل للمعادلة $(E)$ على $\mathbb{R}$

**4) إثبات أن الدالة $f$ هي حل المعادلة $(E)$:** 3

لدينا: $f(x)=\frac{9}{2}e^{-2x}-3e^{-3x}$ أي $f=h+g$ ومن أجل $x\in\mathbb{R}$ لدينا:

$$f'(x)+2f(x)=h'(x)+g'(x)+2\left[f(x)+g(x)\right]$$
$$=\left[h'(x)+2h(x)\right]+\left[g'(x)+2g(x)\right]$$

بما أن $h'(x)+2h(x)=0$ وَ $g'(x)+2g(x)=3e^{-3x}$ فإن $f'(x)+2f(x)=3e^{-3x}$

وعليه $f$ حل للمعادلة $(E)$ على $\mathbb{R}$

## التمرين الثاني (10 نقاط):

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x)=2e^{x}+2x-7$

**1| دراسة نهايتي الدالة $g$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$:**

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن: $\lim_{x\to-\infty} 2e^{x}=0$ وَ $\lim_{x\to-\infty} 2x-7=-\infty$ 1

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty} 2e^{x}=+\infty$ وَ $\lim_{x\to+\infty}(2x-7)=+\infty$ 1

**2| دراسة اتجاه تغير الدالة $f$ على $\mathbb{R}$:**

الدالة $f$ مستمرة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $f'(x)=2e^{x}+2=2\left(e^{x}+1\right)$

بما أن $e^{x}>0$ فإن $f'(x)>0$ ومنه الدالة $f$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ 1

جدول التغيرات: 1

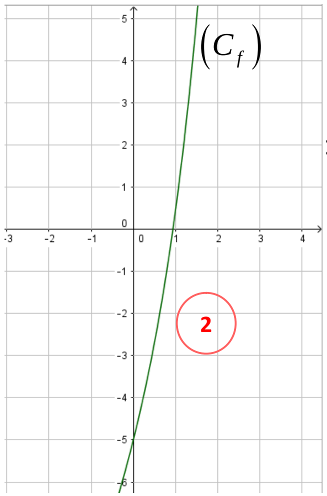
| $x$ | $-\infty$ $\quad\quad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $f'(x)$ | + |
| $f(x)$ | $-\infty$ ↗ $+\infty$ |

**3| إثبات أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيداً $\alpha$ حيث:** $0,94\le\alpha\le0,941$ 2

الدالة $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ إذن هي مستمرة ومتزايدة على المجال $[0,94;0941]$

ومن جهة أخرى لدينا: $f(0,94)=-0,000037...$ وَ $f(0,941)=0,07085...$

يستلزم $f(0,94)\times f(0,941)<0$ . وحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيداً $\alpha$ حيث: $0,94\le\alpha\le0,941$




**4| استنتاج إشارة $f$ على $\mathbb{R}$:** 2

بما أن الدالة $f$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وَ $f(\alpha)=0$ نستنتج ما يلي:

إذا كان $x=\alpha$ فإن $f(x)=0$

إذا كان $x<\alpha$ فإن $f(x)<0$

إذا كان $x>\alpha$ فإن $f(x)>0$

## التمرين الثالث (11 نقطة):

**الجزء الأول:** $g$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=2e^{x}+2x-7$

**1| دراسة نهايتي الدالة $g$ عند $-\infty$ وعند $+\infty$ :**

0.25 $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty} 2e^{x}=0$ وَ $\lim\limits_{x\to-\infty} 2x-7=-\infty$

0.25 $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} 2e^{x}=+\infty$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-7)=+\infty$

**2| دراسة اتجاه تغير الدالة $g$ على $\mathbb{R}$ :**

0.5 الدالة $g$ مستمرة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ حيث: $g'(x)=2e^{x}+2=2(e^{x}+1)$

بما أن $e^{x}\succ 0$ فإن $g'(x)\succ 0$ ومنه الدالة $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

0.5 جدول التغيرات:

| $x$ | $-\infty$ | $+\infty$ |
|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ ↗ | $+\infty$ |

**3| إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلا وحيداً $\alpha$ حيث:** $0{,}94\le\alpha\le 0{,}941$

0.5 الدالة $g$ مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$ إذن هي مستمرة ومتزايدة على المجال $[0{,}94;0941]$

ومن جهة أخرى لدينا: $g(0{,}94)=-0{,}000037...$ وَ $g(0{,}941)=0{,}07085...$

يستلزم $g(0{,}94)\times g(0{,}941)\prec 0$ . وحسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيداً $\alpha$

حيث: $0{,}94\le\alpha\le 0{,}941$

**4| استنتاج إشارة $g$ على $\mathbb{R}$ :**

بما أن الدالة $g$ متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ وَ $g(\alpha)=0$ نستنتج ما يلي:

0.5 إذا كان $x=\alpha$ فإن $g(x)=0$

إذا كان $x\prec\alpha$ فإن $g(x)\prec 0$

إذا كان $x\succ\alpha$ فإن $g(x)\succ 0$

**الجزء الثاني:**

$f$ دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(2x-5)(1-e^{-x})$.

**1) دراسة إشارة $f$ على $\mathbb{R}$ :**

لدينا: $f(x)=0$ يكافئ $2x-5=0$ أو $1-e^{-x}=0$

0.5 معناه $x=\frac{5}{2}$ أو $x=0$

ومنه إشارة $f(x)$ ملخصة في الجدول المقابل:

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\frac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x-5$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $1-e^{-x}$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

**2) دراسة نهايتي الدالة $f$ عند $-\infty$ وَ $+\infty$**

0.25 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}(2x-5)=-\infty$ وَ $\lim\limits_{x\to-\infty}(1-e^{-x})=-\infty$

0.25 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x-5)=+\infty$ وَ $\lim\limits_{x\to+\infty}(1-e^{-x})=1$

**3) أ− حساب $f'(x)$ ، ثم التحقق أن $f'(x)$ وَ $g(x)$ لهما نفس الإشارة.**

$$f'(x)=2(1-e^{-x})+(2x-5)e^{-x}$$

0.5 لدينا: $f'(x)=2-2e^{-x}+2xe^{-x}-5e^{-x}=2-7e^{-x}+2xe^{-x}=e^{-x}(2e^{x}+2x-7)$

ومنه: $f'(x)=g(x)\cdot e^{-x}$ وبما أن $e^{-x}\succ 0$ فإن $f'(x)$ وَ $g(x)$ لهما نفس الإشارة.

**ب− جدول تغيرات الدالة $f$ :**

0.5 من السؤال السابق نستنتج أن:

إذا كان $x=\alpha$ فإن $f'(x)=0$

إذا كان $x\prec\alpha$ فإن $f'(x)\prec 0$

إذا كان $x\succ\alpha$ فإن $f'(x)\succ 0$

| $x$ | | $\alpha$<br>$0$ | $+\infty$<br>$-\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+\infty$ $-$ | $+$ | $+\infty$ |
| $f(x)$ | ↘ | $f(\alpha)$ | ↗ |

**4) أ/ إثبات أن:** $f(\alpha)=\dfrac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$

0.5 لدينا: $f(\alpha)=(2\alpha-5)(1-e^{-\alpha})$ يكافئ $f(\alpha)=(2\alpha-5)\dfrac{(e^{\alpha}-1)}{e^{\alpha}}=\dfrac{(2\alpha-5)(e^{\alpha}-1)}{e^{\alpha}}$.....(1)

وكذلك: $g(\alpha)=0$ يكافئ $2e^{\alpha}+2\alpha-7=0$ ومنه $e^{\alpha}=\dfrac{7-2\alpha}{2}$.......(2)

0.5 بتعويض (2) في (1) نجد: $f(\alpha)=\dfrac{(2\alpha-5)\left(\frac{7-2\alpha}{2}-1\right)}{\frac{7-2\alpha}{2}}=\dfrac{(2\alpha-5)(5-2\alpha)}{7-2\alpha}$

ومنه: $f(\alpha)==\dfrac{(2\alpha-5)(2\alpha-5)}{2\alpha-7}$ أي $f(\alpha)=\dfrac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$

**ب/ دراسة اتجاه تغير الدالة $h:x\to\dfrac{(2x-5)^2}{2x-7}$ على المجال $\left]-\infty,\frac{5}{2}\right[$**

0.5 الدالة $h$ معرفة وقابلة للاشتقاق على $\left]-\infty,\frac{5}{2}\right[$ حيث:

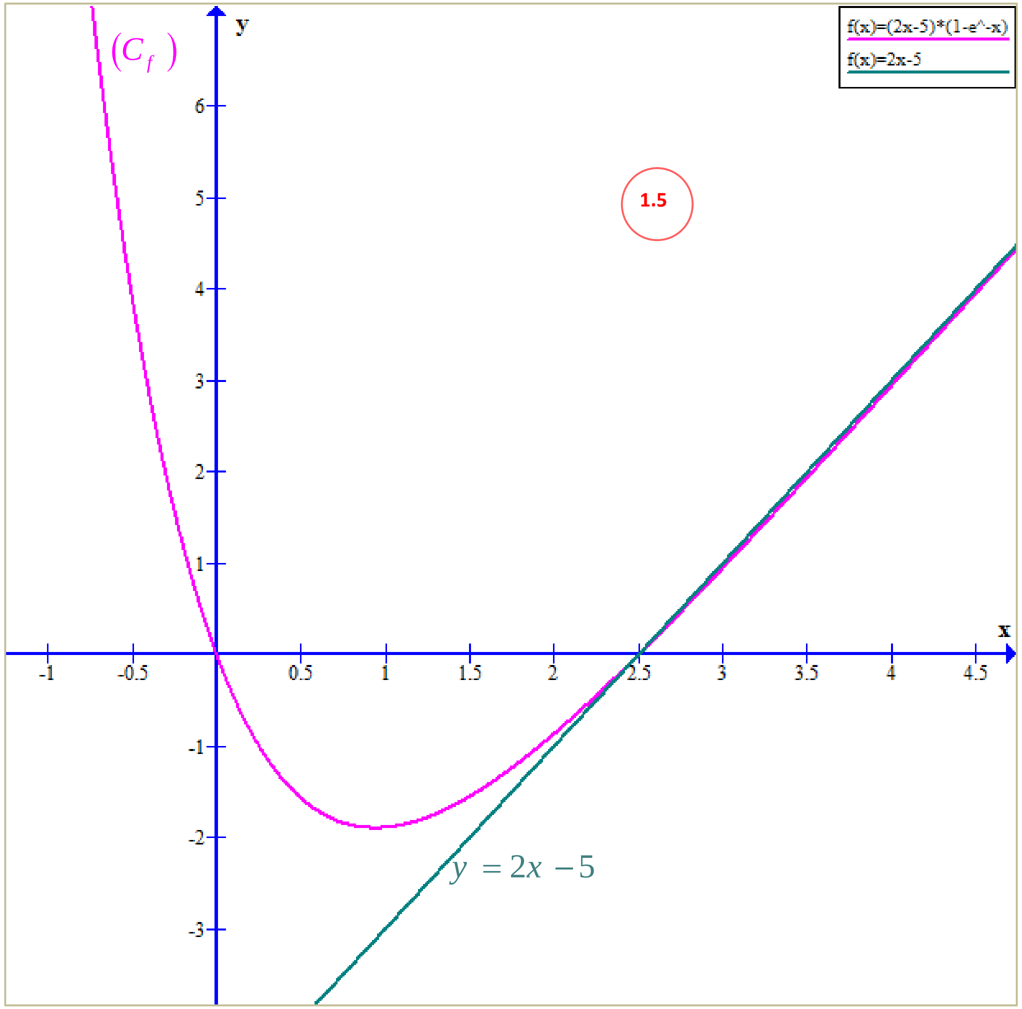
$$h'(x)=\frac{4(2x-5)(2x-7)-2(2x-5)^2}{(2x-7)^2}=\frac{2(2x-5)(4x-14-2x+5)}{(2x-7)^2}$$

$$=\frac{2(2x-5)(2x-9)}{(2x-7)^2}$$

0.5

0.5

0.5




0.5

0.5

0.5

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{5}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-2x+5$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $f(x)-y$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| الوضعية | | $(C_f)$ فوق $(D)$ | | $(C_f)$ تحت $(D)$ | |

$\left(\frac{5}{2},0\right)$ — $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$